

Zadania domowe ze Wstępu do Matematyki
Grupa 5. Seria 6. Termin oddania 14.11.2012.

Uwaga. Zadania 1 i 2 są to zwykle zadania z Serii 6 a pozostałe trzy zadania 3, 4 i 5 są to zadania dodatkowe które można zrobić by poprawić swój dorobek punktowy. Nie zrobienie zadań dodatkowych nie powoduje żadnych negatywnych konsekwencji. Nie liczą się one do ogólnej liczby punktów które można zdobyć.

Zadanie 1.

Niech A, B, C będą zbiorami. Pokaż, że zbiory

$$(B \times C)^A \quad \text{oraz} \quad B^A \times C^A$$

są równoliczne.

Zadanie 2.

Niech A, B, A', B' będą zbiorami, $A \cap B = \emptyset = A' \cap B'$ oraz $A \sim A'$ i $B \sim B'$.

1. Pokaż, że zbiory

$$A \cup B \quad \text{oraz} \quad A' \cup B'$$

są równoliczne.

2. Pokaż, że założenia o rozłączności zbiorów jest istotne, tzn. znajdź takie zbiory A, B, A', B' oraz $A \sim A'$ i $B \sim B'$ ale zbiory

$$A \cup B \quad \text{oraz} \quad A' \cup B'$$

nie są równoliczne. Przykład może być bardzo łatwy.

Zadanie 3.

Niech $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ będzie funkcja daną wzorem

$$f(x) = x \cdot \sin(x)$$

dla $x \in \mathbb{R}$.

1. Czy f jest różnowartościowa?
2. Oblicz obraz zbioru $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ przy funkcji f .
3. Oblicz przeciwobraz zbioru $\{0\}$ przy funkcji f .

Zadanie 4.

Niech $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ będzie funkcja daną wzorem

$$f(x, y) = \langle x^2 + y^2, x \cdot y \rangle$$

dla $x, y \in \mathbb{R}$.

1. Czy f jest 'na'?
2. Naskicuj obraz zbioru $(-1, 1] \times [-1, 1]$ przy funkcji f .

3. Oblicz przeciwobraz zbioru $[0, 1] \times [0, 1]$ przy funkcji f .

Zadanie 5.

Niech $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ będzie funkcja daną wzorem

$$f(n, m) = 2 \cdot n^2 \cdot m$$

dla $n, m \in \mathbb{N}$.

1. Czy f jest 'na'?
2. Czy f jest różnowartościowa?
3. Oblicz przeciwobraz zbioru $\{2^k \mid k \in \mathbb{N}\}$ przy funkcji f .