

Col: Ackermann, struktura  
wzajemności w VASSach.

Lipin '96 ExpSpec Analiza  
Majur '81 Vozrozhdeniye  
Lerning Schritte '15 cubi-Ackermann  
Lerning Schritte '19 Ackermann  
Cz., Lasi., Lasota, Lerno, Maszowski '19  
Tower-tandem

niezależnie, niecałkowicie  
Cz., Orlikowski Ackermann-tandem '21  
Lasota ulepszenie argumentu '21

Tw. 1 (Lasota)

Problem sprowadzenia do (3d+2)-VASSów  
jest  $\mathcal{F}_d$ -tandem.

Przybliżenie:  $F_d(n) = 2n$ ,  $F_{d+1}(n) = \overset{n}{F_d} \circ \overset{n}{F_d} (1)$ .

$F_2(n) = 2^n$   $F_3(n) = 2^{2^{2^n}}$

$\mathcal{F}_d$  - klasa problemów rozwiązywalna w czasie (lub pamięci)  
rozd.  $F_d(n)$ , gdzie n to rozmiar wejścia

Ack(n) =  $F_n(n)$

$\mathcal{F}_d$ -tandem (czyli) implikuje Ackermann-tandem,  
wyje wytaracy ulewowady Tw.1.

Mozna też argumentować inaczej: sama konstrukcja  
dla tw. Ackermann-tandem bezpodstawa.

Z czego redukcja?

Automat d-tan-lewy to d-VASS z zero-testami

Lemma 2

Dla  $d \geq 3$  problem skłania  $\mathcal{F}_d(n)$ -ograniczonego biegu dla  
automatu 2-kierunkowego jest  $\mathcal{F}_d$ -zwykły

Bieg jest B-ograniczony gdy w każdej konfiguracji:

- każdy stan jest  $\leq B$
- suma liczników jest  $\leq B$

↑  
dla obu definicji Lemma 2 działa.

D-d (Lemma 2)

Należące do  $\mathcal{F}_d$  - po prostu przesłanie konfiguracji  
jest rzad  $F_d$ .

$\mathcal{F}_d$ -tandem - taki samo jak urozoznaczalność  
dla automatu 2-kierunkowego, tylko struktury

z  $\mathcal{F}_d$ -tandem problem:

dane wejście. Trzeba mieć nadzieję, czy możemy  
na bieżąco akceptować, ilekroć wejście  $\leq F_d(n)$   
pamięć?

Uwaga

Podobnie problem eksp-ograniczenia dla automatu  
2-kierunkowego jest Bpne-zwykły, a 2exp-ograniczenia  
jest ExpSpec-zwykły.

Automat 2-kierunkowy ma trzy zmienną 2-VASSów, ale  
wymagania są:

- a) zero-testy, że stan jest B-ograniczenie
- b) zero-testy dla B-ograniczenia liczników.

Zakładamy bez straty ogólności że zero-testy  
z wartości liczników (0,0).

Recepta na a) to obliczyć B.

Niech  $x=y=0$ ,  $z=B$ .

Wówczas trójzacz  $x+y+z=B$ , czyli  $z=B-x-y$

zaprośmy, że każdy bóg nowego VASSa jest  
B-ograniczenia

Okażemy, że recepta na b) to

trójka liczników (B,C,BC) dla wyznaczenia  
długości C. To jest prosty Jernome's Lemma  
z parą = Tower-tandem.

Fakt

Trójka (B,C,BC) pozwala na  $\mathcal{C}/2$  zero-testów  
na B-ograniczenie liczników.

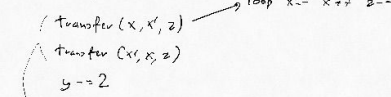
D-od

Niech  $(x,y,z) = (B,C,BC)$

Niech  $x'=0$ .

Trójzacz  $x+x'=B$  (czyli x jest B-ograniczenia)

zero-test (x'):



z obrotami o wykrywanie 2B,  
obniżenie o dwukrotnie 2B możliwe tylko gdy  
 $x'=0$  przed i po teście

Po  $\mathcal{C}/2$  zero-testów, sprawdzamy, czy  $z=0$

Rozważ  $z=0$  jest możliwy tylko gdy wszystkie  
 $\mathcal{C}/2$  zero-testów były poprawne!

Tęże dla kilku liczników

Niech  $(x_1, x_2, z) = (B, C, BC)$

$x_3 = x_4 = \dots = x_k = 0$

Trójzacz  $x_1 + x_2 + \dots + x_k + x = B$

W zero-test ( $x_k$ ) chcemy mieć możliwość obniżenia  
 $z=2B \Leftrightarrow x_k=0$  oraz test nie zmienia wartości  
liczników

Poprawnie:

zero-test ( $x_k$ ):

transfer ( $x_1, x_2, z$ )

transfer ( $x_3, x_4, z$ )

:

transfer ( $x_1, x_2, z$ )

transfer ( $x_3, x_4, z$ )

transfer ( $x_5, x_6, z$ )

:

transfer ( $x_1, x_2, z$ )

transfer ( $x_3, x_4, z$ )

↑  
w odwróconym  
stronie

Każdy token z  $x_1 + x_2 + \dots + x_k + x = B$  może się zakończyć  
token z  $x_k$  tylko raz. Przez odjęcie 2B z licznika  
wtedy gdy wszystkie zostały wykorzystane w parze z  $x=0$

Podobnie możemy zero-test ( $x_i$ ) dla dowolnego  $x_i$ .

$\mathcal{C}/2$  pozwala kwadrat wygenerowania trójki

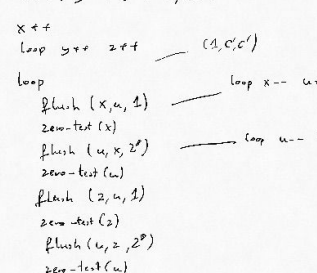
$(F_d(n), C, F_d(n) \cdot C)$  dla długości C. Problem  
zaprośmy  $\mathcal{C}$ , oraz wykonamy rytm 2.101.  $F_d(n)$ ,  
to tyle może być zero-testów.

Wtedy generujemy trójki  $(B, C, BC)$  dla długości B,  
a z nich trójki  $(B', C', BC')$  dla długości B'.

Przykład jak znowu  $B' = 2^B$ .

$(B', C', BC')$  umożliwia też  $B/2$  zero-testów na C-owo  
liczniki, czyli dowolny stan C jest ograniczony  
(dowolnie daleko).

Struktury  $x-y+z=0$ ,  $w=0$



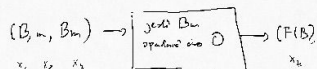
Mamy  $B/2$  zero-testów, więc  $B/2$  iteracji petli.

Długość  $x = (2^B)^{B/2} = 2^B$

$z = y \cdot 2^B$ ,

czyli  $(x, y, z) = (2^B, C', 2^B \cdot C')$ .

F - amplitudator



Wystarczy mieć  $F_d$ -amplitudator, zamiast  $\mathcal{F}_d$ -ampl,  
dla  $\mathcal{F}_d \times \mathcal{F}_d$ .

Lemma

istnieje  $F_d'$ -amplitudator o wymiarze  $3d+2$ ,  
dla  $d \geq 2$ .

D-od

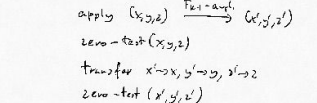
Przez indukcję po d.

Dla  $d=2$  możemy pokazać.

Mamy  $(B, m, Bm)$ , wiemy o  $B/2$  zero-testach.

$x=y=2^B$   
 $x++$   
loop  $y++ z++$

repeat  $B/2$  times:



Długość  $(x, y, z) = (F_d'(B), w', F_d'(B) \cdot w')$ ,

gdzie  $F_d'(n) = F_n' \circ \dots \circ F_2'$  (dla  $n \geq 2$ )  
gdzie  $F_2' \leftarrow$  znowu  $\mathcal{C}$ ,  
ale to tutaj widzia.

Długość tokena 3 liczników (to  $(B, m, Bm)$ ),  
wyje faktycznie mamy  $3d+2$  wymiar.

Czyli to w ogóle poprawnie konstruujemy Stawiamy leży  
o  $3d+2$ , a po dalszym token dla  $3d$ .