

Postać schodkowa, wskazówki

P.Traczyk@mimuw.edu.pl

20 marca 2020

Proszę Państwa, mam ze dwie uwagi, dotyczące sprowadzania macierzy do postaci schodkowej. Warto sobie rozwinąć pewną spostrzegawczość i pójść czasem trochę na skróty. Na przykład, jeżeli widzimy w macierzy wiersz, który ma tylko w jednym miejscu wyraz niezerowy, to możemy bez wahania wpisać same zera w pozostałych pozycjach w kolumnie tego jednego wyrazu, a ten jedyny niezerowy wyraz zastąpić jedynką, nic poza tym nie zmieniając. A w dodatku, jeżeli widzimy dwa wiersze, które są proporcjonalne, czy wręcz tożsame, to jeden z nich możemy po prostu wykreślić. Na przykład:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & \textcolor{red}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 11 & 3 & -9 & 3 & 12 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & -9 & 3 & 12 \end{bmatrix} \longrightarrow$$
$$\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -6 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Wyjaśnienie: pierwsza operacja polega na wyczyszczeniu drugiej kolumny, dzięki temu że w drugim wierszu widoczna tam liczba 7 jest jedynym niezerowym wyrazem w wierszu. Druga operacja, to usunięcie czwartego wiersza, bo jest proporcjonalny do trzeciego (bo w_4 jest równe $3w_2$). A ostatnia operacja to, już bez żadnych skrótów, dodanie do pierwszego wiersza podwojonego wiersza trzeciego.