

Pierwiastki

P.Traczyk@mimuw.edu.pl

2 marca 2020

Proszę Państwa, wysyłam Państwu poniższy rysunek, który ma jeszcze dodatkowo ilustrować pojęcie pierwiastka z liczby zespolonej. Na rysunku widać osie – rzeczywistą i urojoną, kluczowe punkty, czyli $1, -1, i, -i$, okrąg jednostkowy, czyli liczby zespolone o module 1 i jeszcze cztery punkty zaznaczone kolorowymi kropkami. Punkt zaznaczony na niebiesko to jest punkt $z = \cos(\pi/6) + i \sin(\pi/6)$. A punkty zaznaczone na zielono, to pierwiastki trzeciego stopnia z z czyli:

$$\begin{aligned} z_1 &= \cos(\pi/18) + i \sin(\pi/18), \\ z_2 &= \cos(\pi/18 + \frac{2}{3}\pi) + i \sin(\pi/18 + \frac{2}{3}\pi) \text{ i} \\ z_3 &= \cos(\pi/18 + \frac{4}{3}\pi) + i \sin(\pi/18 + \frac{4}{3}\pi). \end{aligned}$$

Jak widać, ten pierwszy pierwiastek ma argument równy $\frac{1}{3}$ argumentu pierwiastkowanej liczby, a potem argumenty skaczą po $\frac{2}{3}\pi$. A te wszystkie trzy pierwiastki razem są wierzchołkami trójkąta foremnego.

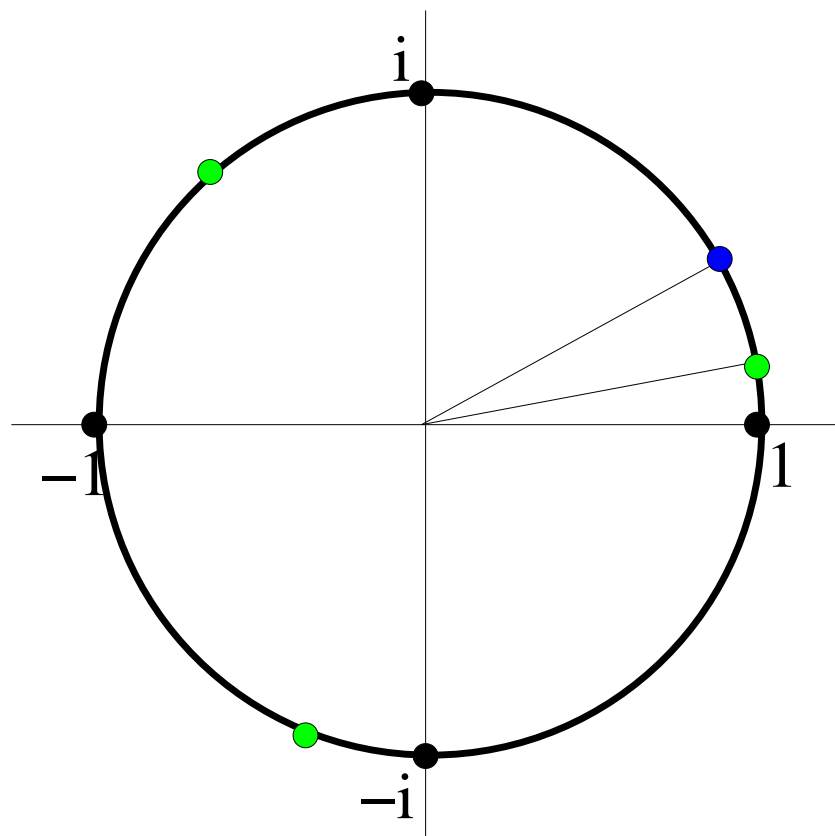


figure CHM1

Takie położenie tych punktów nie jest dla nas niczym nowym, tak było w przykładach na ćwiczeniach. Chciałem tylko pokazać przykład trochę mniej regularny, to znaczy żeby żaden wierzchołek tego trójkąta nie był żadnym z punktów $1, -1, i, -i$. Acha: rysunek robiłem na oko, więc gdyby ktoś pomierzył kąty kątomierzem, to może się trochę nie zgadzać.

Jeszcze może zaznaczę: gdyby chodziło o pierwiastki stopnia n , to to one by były wierzchołkami n -kąta foremego. A argumenty skakałyby po $\frac{2}{n}\pi$. A ten pierwszy pierwiastek miałby argument równy $\frac{1}{n}$ argumentu pierwiastkowanej liczby. A gdyby pierwiastkowana liczba miała moduł różny od 1, to jeszcze by trzeba pomnożyć przez pierwiastek n -tego stopnia tego modułu.