

Zadanie 1.2.c

P.Traczyk@mimuw.edu.pl

18 marca 2020

Proszę Państwa, wysyłam Państwu komentarz do zadania 2.c z pierwszej serii zadań zdalnych. Opisać równaniem zbiór wszystkich wektorów $[x_1, x_2, x_3]$, które są kombinacją liniową wektorów $v_1 = [1, 1, 1]$ i $v_2 = [2, 3, 5]$.

Do tego zadania mam dla Państwa na razie wskazówkę w postaci przykładu. Gdyby zamiast tych wektorów wziąć wektory $u_1 = [1, 0, 2]$ i $u_2 = [0, 1, -3]$, to sprawa byłaby o wiele łatwiejsza. Bo by od razu było wiadomo, że jeżeli wektor $[x_1, x_2, x_3]$ jest kombinacją liniową wektorów u_1 i u_2 , to jest on równy $x_1 u_1 + x_2 u_2$, czyli jest równy $[x_1, x_2, 2x_1 - 3x_2]$ powinno też być dla Państwa jasne, że wszystkie wektory takiej postaci należą do tej podprzestrzeni. Czyli x_1 i x_2 mogą być dobrane dowolnie, a x_3 musi spełniać warunek $x_3 = 2x_1 - 3x_2$ i to jest jedyny wymóg. A zatem, to jedno równanie opisuje rozpatrywaną przestrzeń.

Wyposażeni w tę wskazówkę powinni się Państwo łatwo domyślić co dalej. Trzeba te dane wektory wypisać jeden nad drugim, w postaci macierzy, a potem wykonywać znane operacje na wierszach, tak długo aż się tę macierz zredukuje do postaci schodkowej, najlepiej żeby zredukowanej. To nie zmienia przestrzeni kombinacji liniowych wektorów wypisanych jako wiersze macierzy. Czyli w naszym zadaniu trzeba sobie wziąć macierz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Tę macierz trzeba przerobić na schodkową zredukowaną i wtedy rozwiązanie jest gotowe do odczytania.

Może jeszcze inny przykład, znowu taki, że rozwiązanie można od razu odczytać. Ale tym razem podprzestrzeń będzie opisana przez układ dwóch równań.

Przykład 2. Przedstawić przestrzeń kombinacji liniowych wektorów $u_1 = [1, 2, 0, 3]$ i $u_2 = [0, 0, 1, -4]$ jako zbiór rozwiązań pewnego układu równań.

Rozwiązanie: Szukany układ równań może być na przykład taki:

$$\begin{cases} x_2 = 2x_1 \\ x_4 = 3x_1 - 4x_3 \end{cases} \quad (2)$$

I jeszcze jeden przykład.

Przykład 3. Przedstawić przestrzeń kombinacji liniowych wektorów $u_1 = [1, 0, 7, 3]$ i $u_2 = [0, 1, 2, -4]$ jako zbiór rozwiązań pewnego układu równań.

Rozwiązanie: Szukany układ równań może być na przykład taki:

$$\begin{cases} x_3 = 7x_1 + 2x_2 \\ x_4 = 3x_1 - 4x_2 \end{cases} \quad (3)$$