

Imię i nazwisko: _____

Pierścień oznacza pierścień przemienny z jedynką

Punktacja: odpowiedź prawidłowa: 2.5 punktu, błędna: -1 brak odpowiedzi: 0 punktów, maksymalna łączna punktacja z testu: 45 punktów. Należy uzasadnić na piśmie odpowiedzi na pytania oznaczone gwiazdkami (ocena: 0 – 10 punktów, maksymalna łączna punktacja: 45 punktów).

Maksymalna możliwa łączna punktacja: 80 punktów.

-
- ☐ 1. * Grupa $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_{25}$ zawiera podgrupę izomorficzną z $\mathbb{Z}_{25} \times \mathbb{Z}_{25}$.
 - ☐ 2. Ile jest elementów rzędu 25 w grupie $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_{25}$?
 - ☐ 3. Istnieje grupa skończona G , w której elementów rzędu 7 jest 24.
 - ☐ 4. Istnieje nieprzemienna grupa skończona G , w której elementów rzędu 7 jest 48.
 - ☐ 5. Dla każdej grupy skończonej rzędu 119 istnieje działanie bez punktów stałych na zbiorze mocy 31.
 - ☐ 6. Dla każdej grupy skończonej rzędu 119 istnieje działanie tranzytywne (czyli przechodnie) na zbiorze mocy 31.
 - ☐ 7. * Dla każdej grupy skończonej rzędu 1024 istnieje działanie tranzytywne (czyli przechodnie) na zbiorze mocy 32.
 - ☐ 8. Grupa rzędu $25 \cdot 47 \cdot 17$ jest cykliczna.
 - ☐ 9. * Grupa rzędu $25 \cdot 47 \cdot 17$ jest przemienna.
 - ☐ 10. Dla każdej grupy skończonej rzędu ponad 2012 istnieje epimorfizm na pewną grupę $\mathbb{Z}_p$, gdzie p jest liczbą pierwszą.
 - ☐ 11. Istnieje pierścień R , który zawiera ściśle wstępujący ciąg $I_1 < I_2 < \dots < I_{2012}$ ideałów pierwszych.
 - ☐ 12. * Istnieje pierścień skończony R , który zawiera ściśle wstępujący ciąg $I_1 < I_2 < \dots < I_{2012}$ ideałów pierwszych.

- ☐ 13. Istnieje dziedzina euklidesowa R , która zawiera ściśle wstępujący ciąg $I_1 < I_2 < \dots < I_{2012}$ ideałów pierwszych.
- ☐ 14. W pierścieniu $\mathbb{Z}[i\sqrt{7}]$ każdy element różny od zera i nieodwracalny można przedstawić jako iloczyn skończonej liczby elementów nierozkładalnych.
- ☐ 15. W pierścieniu $\mathbb{Z}[i\sqrt{7}]$ liczba $1 + i\sqrt{7}$ jest nierozkładalna.
- ☐ 16. Jeżeli I oraz J są różnymi, niezerowymi ideałami pierwszymi w dziedzinie całkowitości R , to $I + J = R$.
- ☐ 17. Jeżeli I oraz J są różnymi, niezerowymi ideałami pierwszymi w dziedzinie z jednoznacznością rozkładu R , to $I + J = R$.
- ☐ 18. * Jeżeli I oraz J są różnymi, niezerowymi ideałami pierwszymi w dziedzinie ideałów głównych R , to $I + J = R$.
- ☐ 19. Jeżeli I oraz J są różnymi, niezerowymi ideałami pierwszymi w dziedzinie euklidesowej R , to $I + J = R$.
- ☐ 20. * Niech R będzie pierścieniem, a $I_1, \dots, I_n$ ideałami pierwszymi w tym pierścieniu. Załóżmy, że J jest ideałem zawartym w $\bigcup I_i$. Wówczas istnieje i , takie że $J \subseteq I_i$.