

Imię i nazwisko: _____

Do oceny przeznaczam uzasadnienia odpowiedzi na pytania: _____

Punktacja: odpowiedź prawidłowa: 2,5 punktu, błędna: -1 punkt (suma punktów za błędne odpowiedzi będzie zaokrąglona w górę do liczby całkowitej podzielnej przez 3), brak odpowiedzi: 0 punktów, maksymalna łączna punktacja: 50 punktów. Należy uzasadnić na piśmie odpowiedzi na trzy spośród pytań oznaczonych gwiazdkami (ocena: 0 – 20 punktów, maksymalna łączna punktacja: 50 punktów). Nie będą oceniane uzasadnienia odpowiedzi na pytania nie oznaczone gwiazdkami. Proszę zaznaczyć, które zadania zostały wybrane do uzasadnienia. Do ostatnich dwóch zadań można napisać uzasadnienia dodatkowo, nie deklarując tego. Będą się one liczyć i nie będą podlegać ograniczeniu wynikającemu z maksymalnej punktacji.

TAK 1. W pierścieniu $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_{13}$ każdy ideał jest główny.

NIE 2. W pierścieniu $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ każdy ideał jest główny.

NIE 3. W pierścieniu $\mathbb{Z}[X]$ każdy ideał jest główny.

TAK 4. Niech x będzie elementem nilpotentnym pierścienia R (to znaczy takim, że istnieje liczba naturalna n , taka że $x^n = 0$). Wówczas element $1 + x$ jest odwracalny.

TAK 5. W pierścieniu, który ma 2010 elementów nie może być więcej niż 1005 elementów nilpotentnych.

TAK 6. Pierścień $\mathbb{Z}[i]/(2010)$ jest skończony.

TAK 7. Pierścień $\mathbb{Z}[i]/(2010 + 2011i)$ jest skończony.

NIE 8. * Istnieje epimorfizm pierścienia $\mathbb{Z}[i]$ na $\mathbb{Z}$.

TAK 9. Niech R będzie dziedziną ideałów głównych, a I, J będą ideałami maksymalnymi w R . Wówczas I i J są jedynymi ideałami maksymalnymi zawierającymi $I \cap J$.

NIE 10. W grupie A_5 każde dwa elementy rzędu 5 są sprzężone.

TAK 11. W grupie rzędu $17 \cdot 27$ istnieje podgrupa rzędu 51.

NIE 12. W grupie Σ_{2011} każde dwa elementy rzędu 73 są sprzężone.

TAK 13. Grupa rzędu $17 \cdot 27$ ma nietrywialne centrum.

TAK 14. Grupa rzędu $19 \cdot 27$ ma nietrywialne centrum.

NIE 15. Grupa rzędu $19 \cdot 9$ ma nietrywialne centrum.

TAK 16. Grupa rzędu $25 \cdot 7 \cdot 17$ jest produktem półprostym grupy rzędu 25 i grupy rzędu $7 \cdot 17$.

NIE 17. * Każde działanie grupy A_5 na zbiorze siedemnastoelementowym ma punkt stały.

TAK 18. Grupa A_{10} zawiera podgrupę izomorficzną z grupą Σ_5 .

TAK 19. Grupa A_7 zawiera podgrupę izomorficzną z grupą Σ_5 .

NIE 20. Grupa A_5 zawiera podgrupę izomorficzną z grupą Σ_4 .

TAK 21. $\mathbb{Z}_{21} \times \mathbb{Z}_{35} \times \mathbb{Z}_{15} \simeq \mathbb{Z}_{105} \times \mathbb{Z}_{105}$ (pytanie dotyczy grup).

TAK 22. ** Niech x i y będą elementami grupy G . Wówczas $x^2y^3x^4y^{-2}x^{-6}y^{-1}$ należy do komutanta grupy G .

TAK 23. ** Grupa rzędu $25 \cdot 7 \cdot 17$ jest przemienna.