

Imię, nazwisko, numer indeksu:

Test z algebry 16 XI 2011

Odpowiedzi na pytania testowe są punktowane następująco: 2, -1 lub 0 (za prawidłową ocenę prawdziwości stwierdzenia, błędną i za uchylenie się od odpowiedzi, odpowiednio). Łącznie można uzyskać z testu 20 punktów.

Proszę o uzasadnienie odpowiedzi na pytania oznaczone gwiazdkami. Za każde uzasadnienie można dostać do 5 punktów, łącznie do 25. Z całego kolokwium można uzyskać łącznie do 40 punktów.

- ☐ 1. Jeżeli grupa skończona G ma co najmniej 24 elementy rzędu 5, to zawiera podgrupę izomorficzną z $\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5$.
- ☐ 2. Jeżeli skończona grupa przemienna G ma co najmniej 32 elementy rzędu 7, to jej rząd jest podzielny przez 49.
- ☐ 3. Grupa Σ_7 zawiera podgrupę izomorficzną z $D_{10} \times \mathbb{Z}_2$.
- ☐ 4. Grupa Q_8 zawiera podgrupę izomorficzną z $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.
- ☐ 5. W grupie Σ_7 istnieje element rzędu 15.
- ☐ 6. Każdy homomorfizm grupy D_{14} w grupę $\mathbb{Z}_7$ jest trywialny.
- ★ ☐ 7. Podzbiór $\{\rho, \rho^3, \rho^5, \sigma, \sigma\rho^3, \sigma\rho^4\} \subset D_{12}$ jest warstwą lewostronną grupy D_{12} względem pewnej podgrupy grupy H (ρ jest obrotem o 60 stopni, a σ symetrią osiową).
- ☐ 8. W grupie $\Sigma_7 \times \Sigma_4$ istnieje element rzędu 30.
- ☐ 9. W grupie $\Sigma_7 \times \Sigma_4$ każde dwa elementy rzędu 30 są sprzężone.
- ★ ☐ 10. W grupie $\Sigma_7 \times \Sigma_5$ każde dwa elementy rzędu 30 są sprzężone.
- ☐ 11. Niech $\sigma = (1, 4, 5)(2, 3, 5, 6) \in \Sigma_6$. Wówczas $o(\sigma) = 12$.
- ☐ 12. Istnieje grupa rzędu 90, która zawiera podgrupę izomorficzną z Q_8 .
- ☐ 13. Istnieje grupa rzędu 40, która zawiera podgrupę izomorficzną z Q_8 .
- ★ ☐ 14. Grupa $\mathbb{Q} \times \mathbb{Z}$ jest izomorficzna z grupą $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$.
- ☐ 15. W grupie D_{20} zachodzi równość $\rho^3\sigma\rho^6\sigma = \rho^9$ (ρ jest obrotem o 36 stopni, a σ symetrią osiową).
- ☐ 16. $|Aut(\mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_8)| \geq 16$.
- ☐ 17. Grupa $O(2)$ zawiera podgrupę izomorficzną z $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.
- ☐ 18. $Aut(\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_6) \cong Aut(\mathbb{Z}_{21} \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3)$.
- ★ ☐ 19. Istnieje grupa skończona G , taka że $|G/Z(G)| = 39$.
- ☐ 20. W grupie A_{2011} istnieje podgrupa izomorficzna z Σ_{2010} .
- ★ ☐ 21. W grupie A_{2012} istnieje podgrupa izomorficzna z Σ_{2011} .
- ☐ 22. W grupie A_{2011} istnieje podgrupa izomorficzna z Σ_{2009} .
- ☐ 23. W grupie A_{2011} istnieje podgrupa izomorficzna z Σ_{2008} .