$\boxed{\text{Zadanie 2}}$

$$u(x,y) = x^2 - y^2 + xy - x$$

jeśli $f = u + vi$ istnieje to spełnia równania C-R:

$$\begin{cases} u_x = v_y \\ u_y = -v_x \end{cases}$$

zatem

$$\begin{cases} v_y = u_x = 2x + y - 1 \\ v_x = -u_y = 2y - x \end{cases} \Rightarrow \left| \begin{matrix} \text{teraz możemy} \\ \text{odcałkować} \end{matrix} \right| \Rightarrow \begin{matrix} \int 2x + y - 1 \, dy = 2xy + \frac{1}{2}y^2 - y + C_1 + C(x) \\ \int 2y - x \, dx = 2xy - \frac{1}{2}x^2 + C_2 + C(y) \end{matrix}$$

całki powinny być sobie równe zatem:

$$\cancel{2xy} + \frac{1}{2}y^2 - y + c_1 + C(x) = \cancel{2xy} - \frac{1}{2}x^2 + c_2 + C(y)$$

$$\begin{cases} C_1 = C_2 \\ C(y) = \frac{1}{2}y^2 - y \\ C(x) = -\frac{1}{2}x^2 \end{cases} \Rightarrow \underline{V(x,y) = 2xy - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - y + c}$$

15/15

$$f(z = x + iy) = x^2 - y^2 + xy - x + i\left(2xy - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - y + c\right) =$$

$$= -z + z^2 - i\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^2 + ic$$

tak $(c \in \mathbb{R})$

10/10