Automaty nieskończone

2024/25

Wykład 1

Motywacja

- dlaczego nieskończone? (przykłady z JAiO)

  nieskończone jest przybliżeniem dużego skończonego

- algorytmika automatów
- skończona reprezentacja/definicja nieskończonego automatu

Cele

- przegląd technik dowodowych
- prezentacja problemów badawczych

Automaty ze stosem (jako przykład)

- skończony zbiór reguł:

$$q \xrightarrow[\text{push } A]{a} p \qquad \overset{\overset{Q}{\Downarrow}}{q} \xrightarrow[\text{pop } A_{\in \Gamma}]{a \,\in\, \Sigma \cup \{\varepsilon\}} p^{\in Q}$$

$$q \xrightarrow{a} pA \qquad qA \xrightarrow{a} p$$

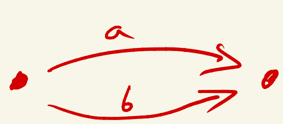
- konfiguracje: $Q\Gamma^*$ (zbiór nieskończony)

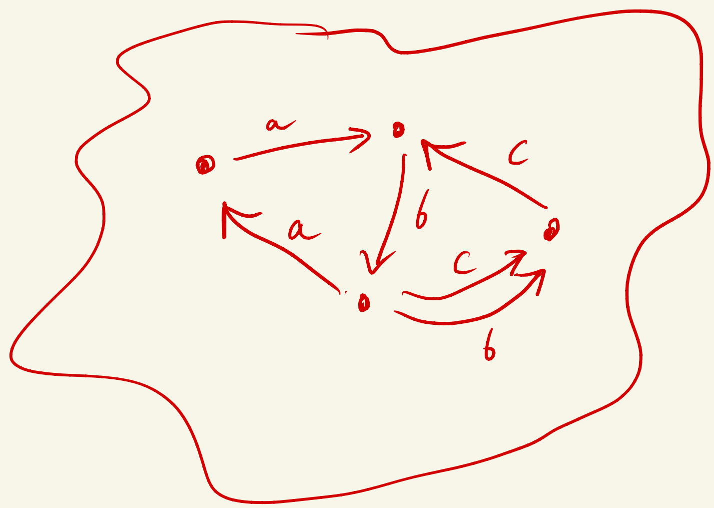
$$qw \xrightarrow{a} pAw \qquad qAw \xrightarrow{a} pw \qquad (w \in \Gamma^*)$$

- system tranzycyjny (etykietowany bądź nie)

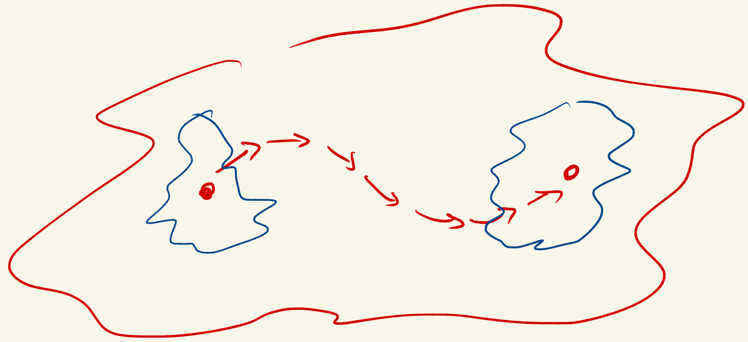
  system przejść

  graf przejść





- konfiguracje akceptujące
- stabilność definicji (ε-przejścia)
- $|\Gamma| = 1 \longrightarrow$ automaty z 1 licznikiem
  (bez testów zera)

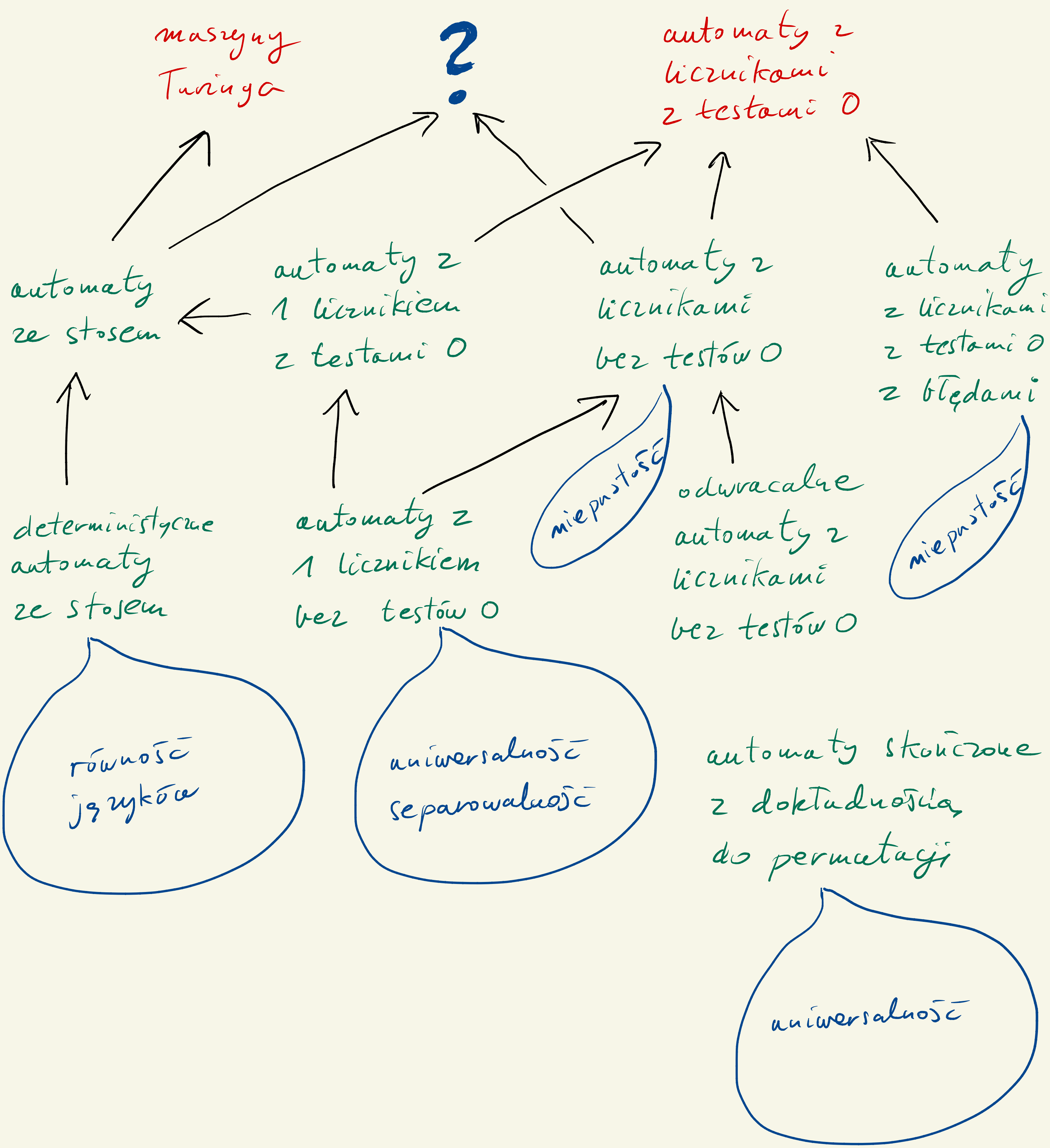


Problemy algorytmiczne

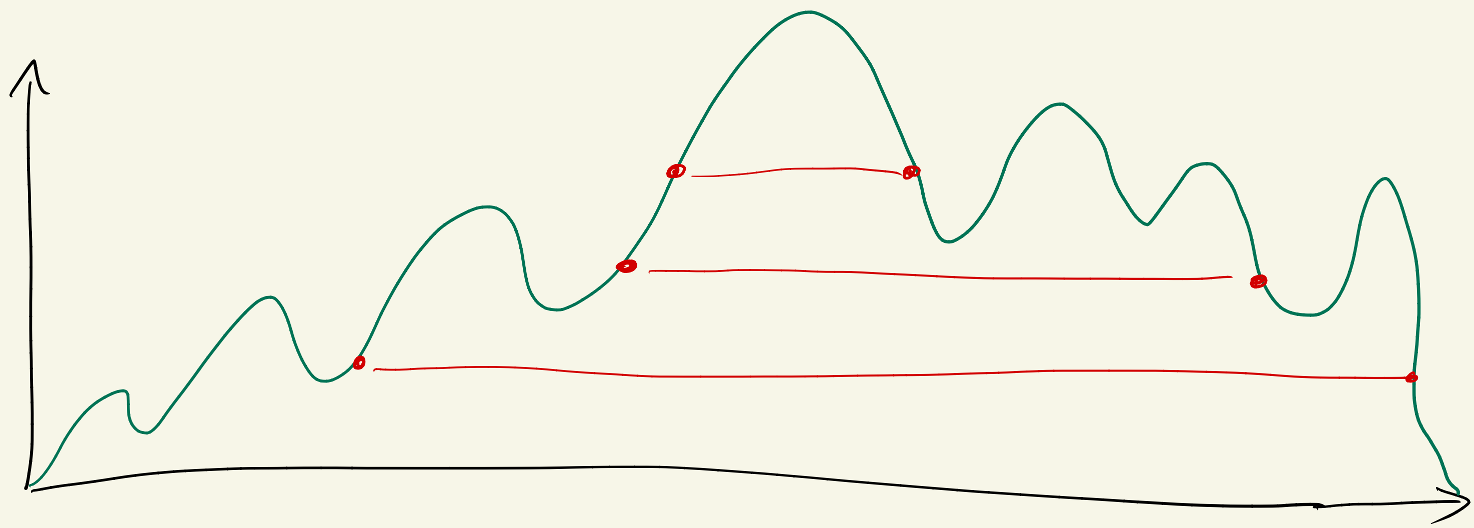
- niepustość języka (osiągalność) najważniejszy
- obliczanie zbioru osiągalnych konfiguracji
- uniwersalność (ko-pustość) języka
- skończoność zbioru osiągalnych konfiguracji
  $\Updownarrow$?
- regularność języka
- skończoność języka
- równoważność 2 konfiguracji
- separowalność 2 języków za pomocą np. języka regularnego
- rozłączność 2 języków

⋮

Plan :


maszyny Turinga
?
automaty z licznikami z testami 0
automaty ze stosem
automaty z 1 licznikiem z testami 0
automaty z licznikami bez testów 0
automaty z licznikami z testami 0 z błędami
deterministyczne automaty ze stosem
automaty z 1 licznikiem bez testów 0
niepustość
odwracalne automaty z licznikami bez testów 0
niepustość
równość języków
uniwersalność separowalność
automaty skończone z dokładnością do permutacji
uniwersalność

Automaty ze stosem — najkrótszy bieg akceptujący



Obserwacja: wysokość stosu można ograniczyć przez n^2 $(n = |Q|)$

więc długość najkrótszego biegu przez $m^{O(n^2)}$ $(m = |\Gamma|)$

Pytanie: jaką złożoność problemu niepustości implikują powyższe ograniczenia?

Pytanie: Czy długość najkrótszego biegu można ograniczyć lepiej niż wykładniczo?

Pytanie: jaka jest złożoność niepustości?

Pytanie: a dla automatów z 1 licznikiem?

Automaty ze stosem — obliczanie osiągalnych konfiguracji

Tw.: $L \subseteq Q\Gamma^*$.

L regularny $\Longrightarrow$ Reach(L) regularny i efektywnie obliczalny.

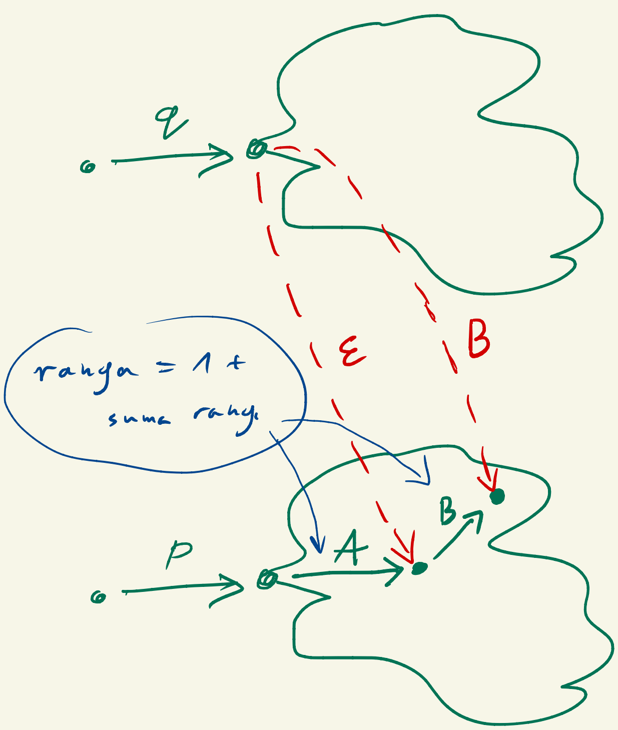
Reach(L) to najmniejszy język R t. że

- $L \subseteq R$
- $q\,(pA)^{-1} R \subseteq R \quad (\forall\ pA \dot{\longrightarrow} q)$
- $qA\,(p)^{-1} R \subseteq R \quad (\forall\ p \dot{\longrightarrow} qA)$

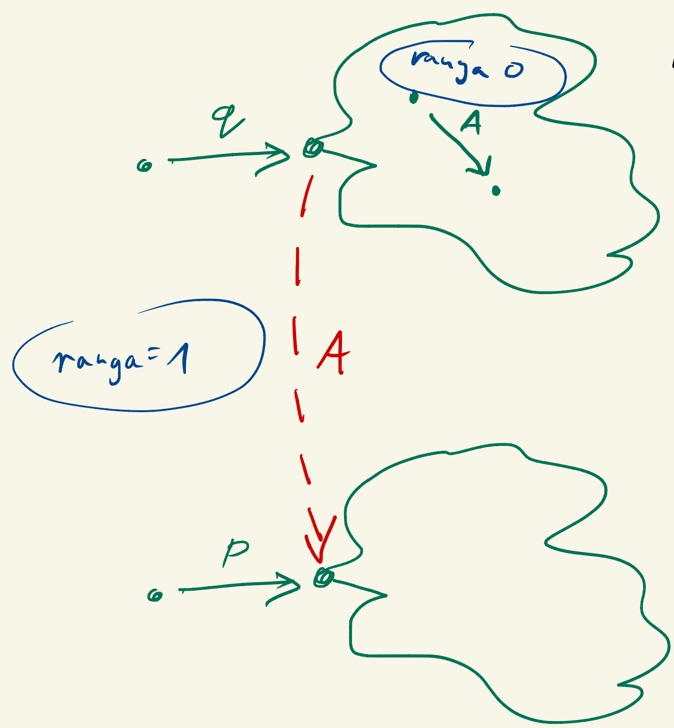
Dowód: $L(A) = L$. Nasycanie automatu A.

$\hookrightarrow A'$

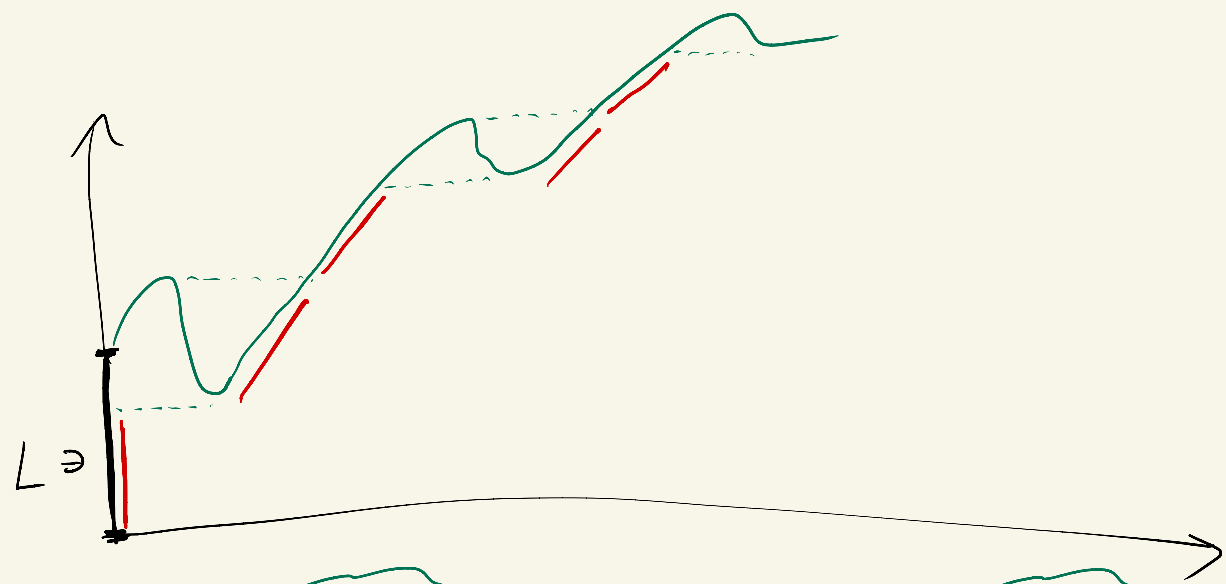
$L' = L(A')$

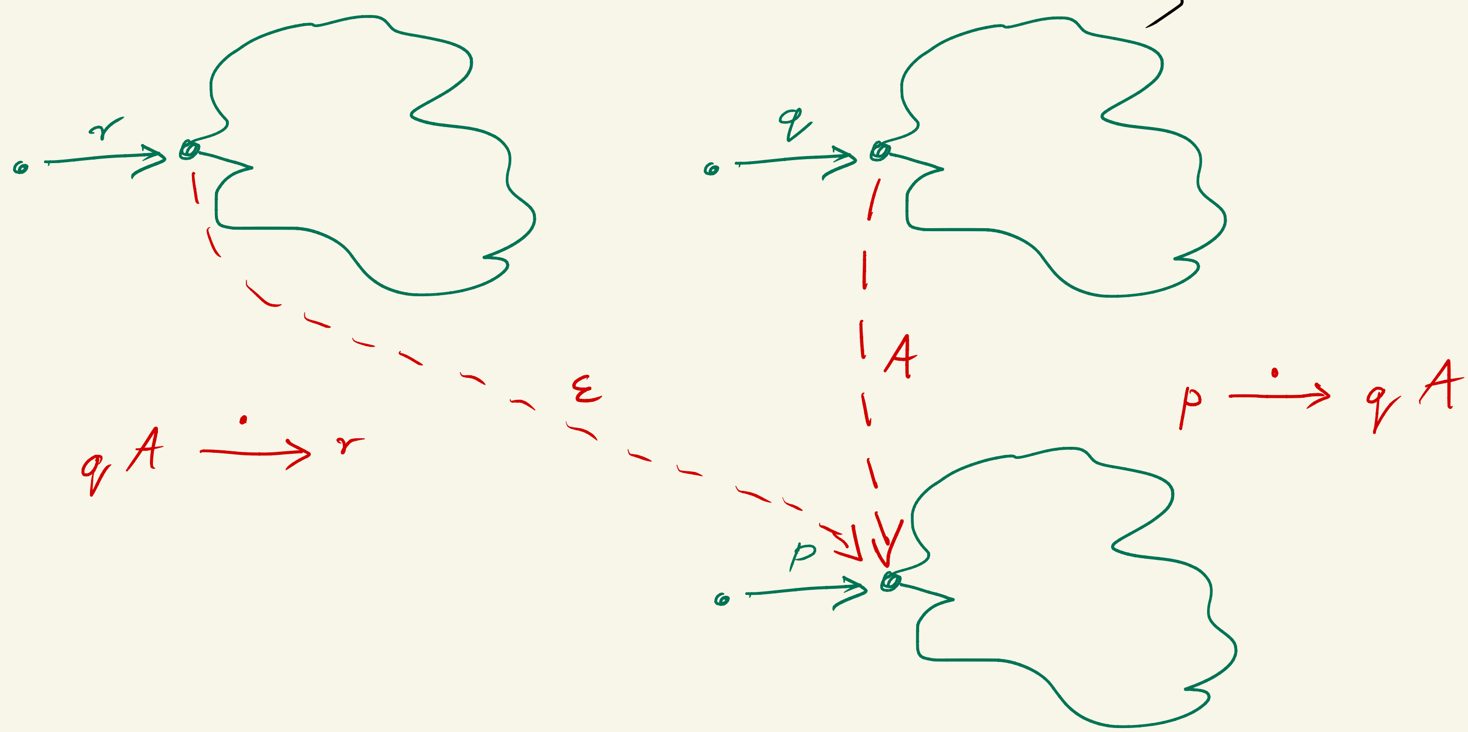


$pA \dot{\longrightarrow} q$



$p \dot{\longrightarrow} qA$





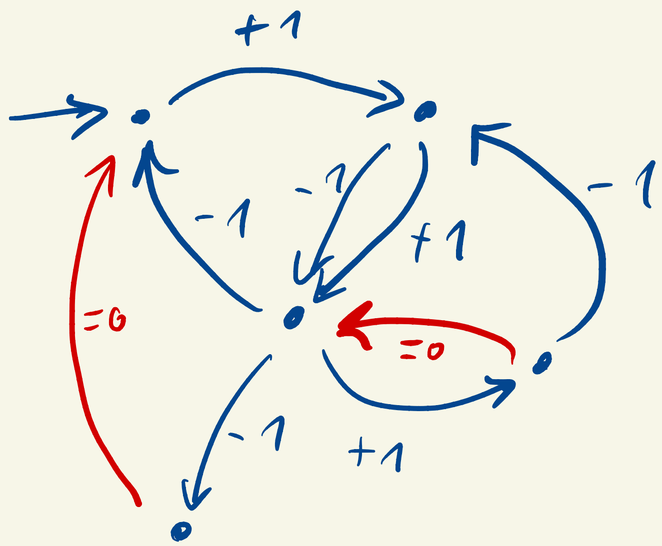
Lemat: $L' = Reach(L)$.

Dowód:

$\supseteq$: indukcja po długości biegu automatu ze stosem.

$\subseteq$: indukcja po sumie rang krawędzi w biegu akceptującym automatu A'.

Automaty z 1 licznikiem



- z testem zera/bez
- akceptacja przez:
  - stan
  - stan, 0
  - stan, wartość licznika
- liczby unarnie/binarnie