Teoria współbieżności

2023/24

Wykład 2

Sieci elementarne

$$S = (P, T, F, M_0)$$

warunki $\in \{0,1\}$

Konfiguracje = podzbiory miejsc $M \subseteq P$

$$M \xrightarrow{t} \iff {}^\bullet t \subseteq M, \quad t^\bullet \cap M = \emptyset$$

$$(t^\bullet \subseteq P \setminus M)$$

t umożliwiona

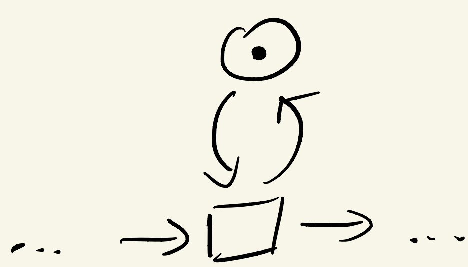
Graf konfiguracji osiągalnych: $M \xrightarrow{t} M'$ (kroki)

graf(S)

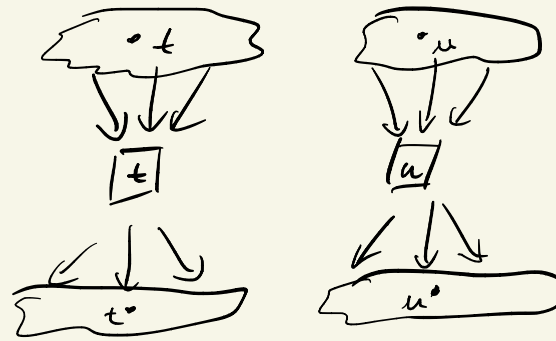
skończony, deterministyczny automat bez stanów akceptujących

Pytanie: czy każdy deterministyczny automat skończony jest grafem konfiguracji?

Założenie: bez ciasnych pętli



Relacje pomiędzy tranzycjami



- jednoczesne umożliwienie

$$\begin{tikzcd} & {} \\ {}^{\exists}M \arrow[ur, "t"] \arrow[dr, "u"'] & \\ & {} \end{tikzcd} \implies \boxed{\begin{array}{l} {}^{\bullet}t \cap u^{\bullet} = \emptyset \\ t^{\bullet} \cap {}^{\bullet}u = \emptyset \end{array}} \quad (J)$$

$(M = {}^{\bullet}t \cup {}^{\bullet}u)$

- sekwencyjne umożliwienie

$${}^{\exists}M \xrightarrow{tu} \implies \boxed{\begin{array}{l} {}^{\bullet}t \cap {}^{\bullet}u = \emptyset \\ t^{\bullet} \cap u^{\bullet} = \emptyset \end{array}} \quad (S)$$

$(M = {}^{\bullet}t \cup ({}^{\bullet}u \setminus t^{\bullet}))$

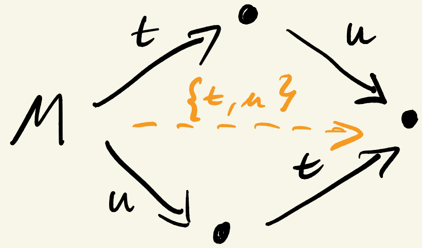
Fakt:

$$\begin{tikzcd} & {} \\ M \arrow[ur, "t"] \arrow[dr, "u"'] & \\ & {} \end{tikzcd} \qquad M \xrightarrow{tu} \implies M \xrightarrow{ut}$$

$$\begin{tikzcd} & \bullet \arrow[dr, "u"] & \\ M \arrow[ur, "t"] \arrow[dr, "u"'] & & \bullet \\ & \bullet \arrow[ur, dashed, "t"'] & \end{tikzcd}$$

(A) współbieżność : (J) $\wedge$ (S) ${}^{\bullet}t^{\bullet} \cap {}^{\bullet}u^{\bullet} = \emptyset$

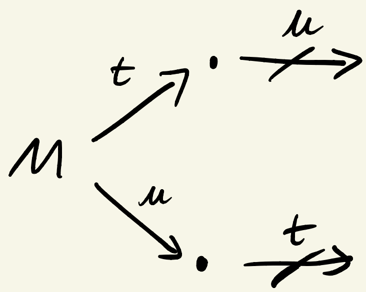
$(M = {}^{\bullet}t \cup {}^{\bullet}u)$



krok współbieżny

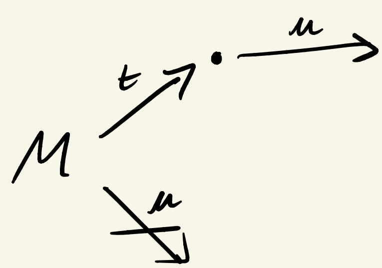
(B) konflikt : (J) $\wedge$ $\neg$(S) ← konflikt we/wy

$(M = {}^{\bullet}t \cup {}^{\bullet}u)$



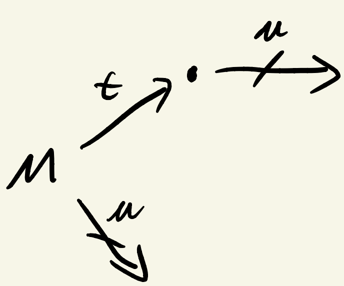
(C) przyczynowość (bezpośrednia) : $\neg$(J) $\wedge$ (S)

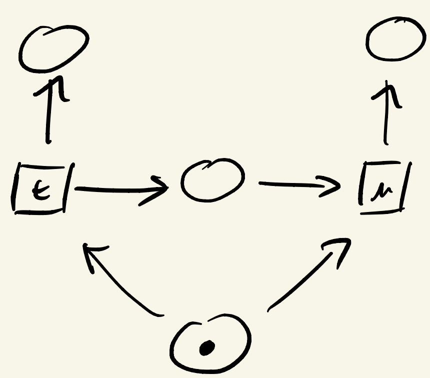
$(M = {}^{\bullet}t \cup {}^{\bullet}u \setminus {}^{\bullet}t)$



(D) $\neg$(J) $\wedge$ $\neg$(S)

$(M = {}^{\bullet}t)$





Sieci elementarne a sieci 1-ograniczone

Kontakt : $\;{}^\bullet t \subseteq M \qquad t^\bullet \cap M \neq \emptyset$

$$\left(t^\bullet \not\subseteq P \setminus M \right)$$

sieci elementarne $\xrightarrow{\text{nie wprowadza ciasnych pętli}}$ bezkontaktowe sieci elementarne

dualne miejsca

$${}^\bullet\bar{p} = p^\bullet$$

$$\bar{p}^\bullet = {}^\bullet p$$

bezkontaktowe sieci elementarne

$\|$

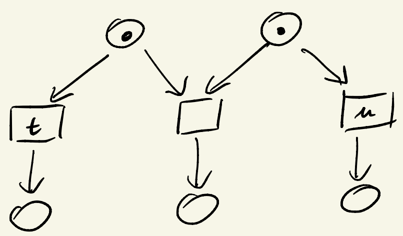
sieci ogólne 1-ograniczone (1-bezpieczne)

Interakcja między konfliktem a współbieżnością

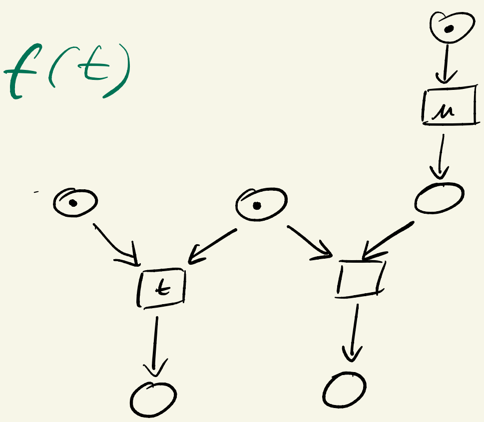
$konf(t, M) = \{u \in T : t, u$ są w konflikcie w $M\}$

Konfuzja t i u w M:

- t, u są współbieżne
- t, u są jednocześnie umożliwione w M
- wykonanie u zmienia $konf(t)$



u zmniejsza $konf(t)$

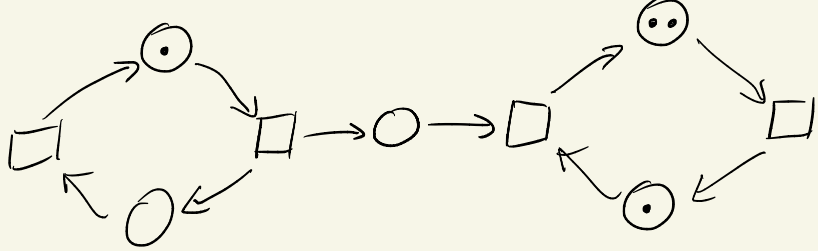


u zwiększa $konf(t)$

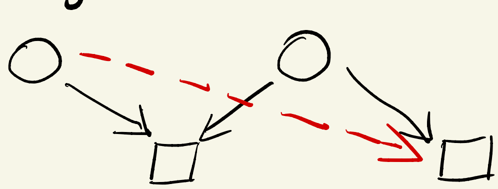
Rozdzielenie konfliktu i współbieżności

eliminacja konfuzji

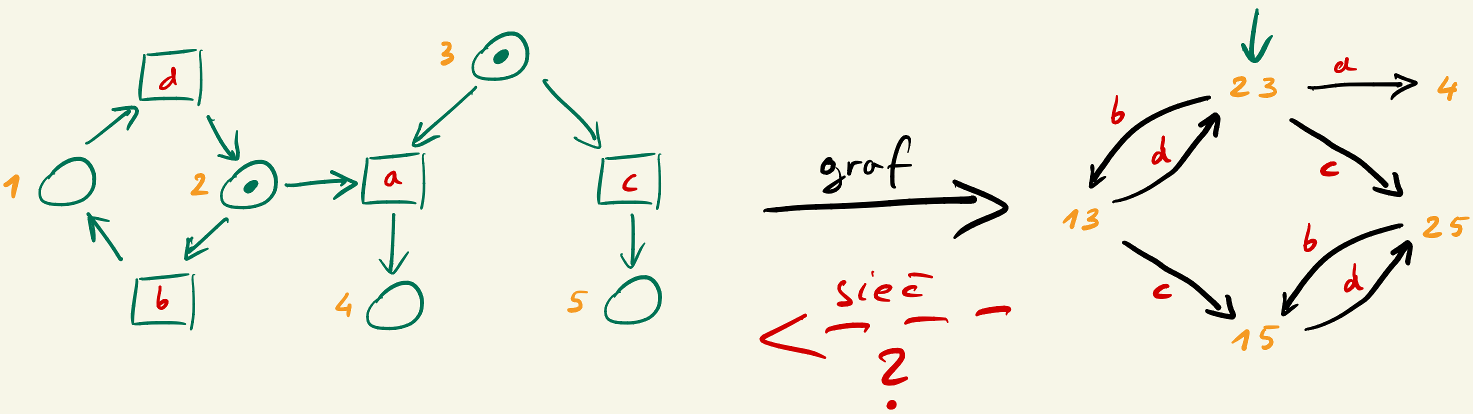
- P-sieci: $\forall t \in T \quad |{}^\bullet t| = |t^\bullet| = 1$
- T-sieci: $\forall p \in P \quad |{}^\bullet p| = |p^\bullet| = 1$

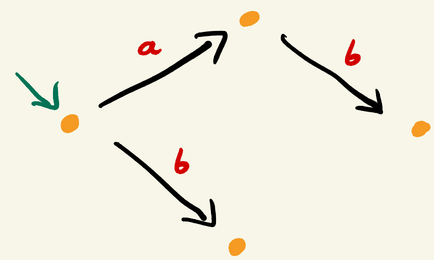


- sieci wolnego wyboru



Problem rekonstrukcji (syntezy)





Pytanie:

Czy dany graf G (etykietowany, deterministyczny) jest izomorficzny z grafem konfiguracji osiągalnych jakiejś sieci elementarnej ?
(bez ciasnych pętli)

Odp: Dokładnie wtedy, gdy

$$G \simeq \mathrm{graf}(\mathrm{sieć}(G))$$

Region ≈ zbiór wszystkich konfiguracji zawierających dane miejsce

Def: Graf $G = (V, \delta : V \times T \rightharpoonup V, v_0)$

$R \subseteq V$ jest regionem jeśli $\forall a \in T$, wszystkie a-krawędzie:

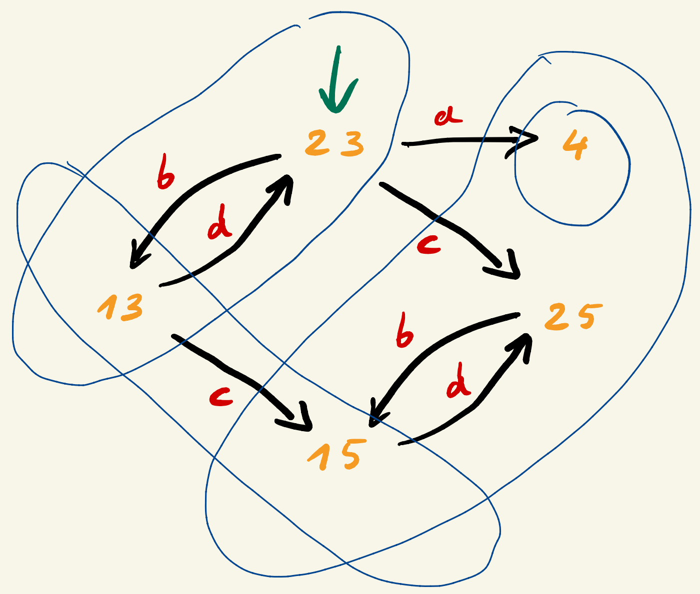
$R \neq \emptyset$, $R \neq V$

(1) albo idą z R do $V \setminus R$

(2) albo idą z $V \setminus R$ do R

(3) albo idą z R do R lub z $V \setminus R$ do $V \setminus R$

Region w graf(S) to zbiór konfiguracji osiągalnych w S

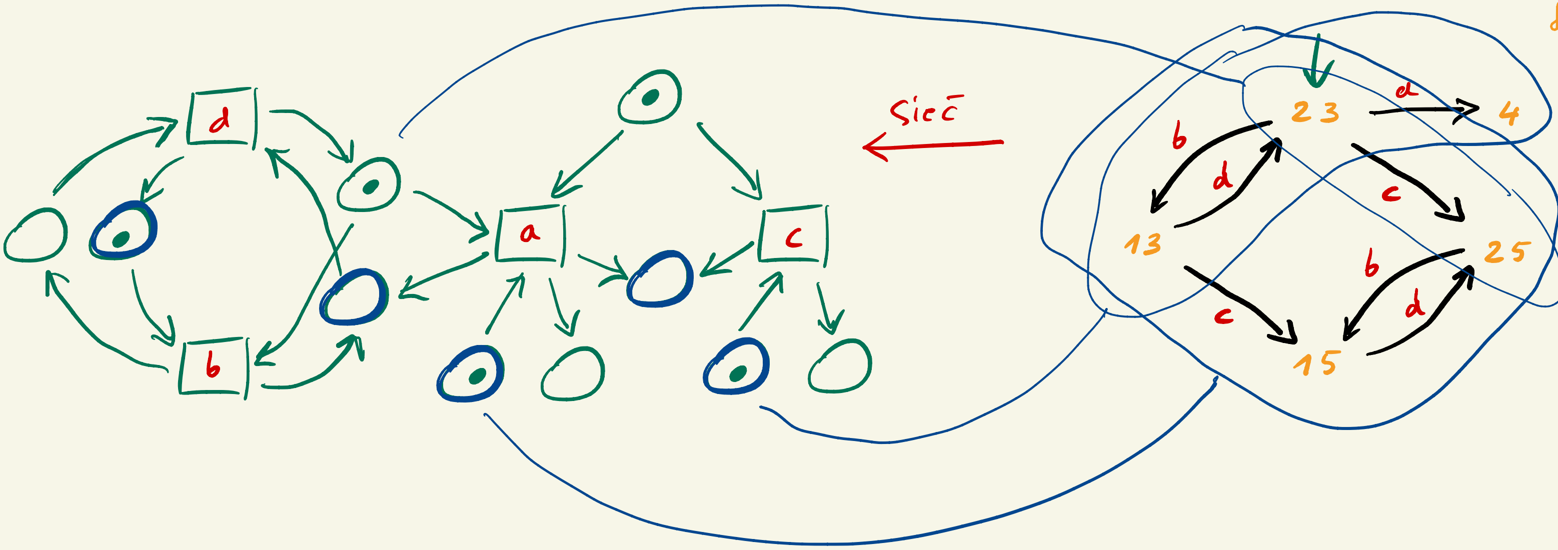


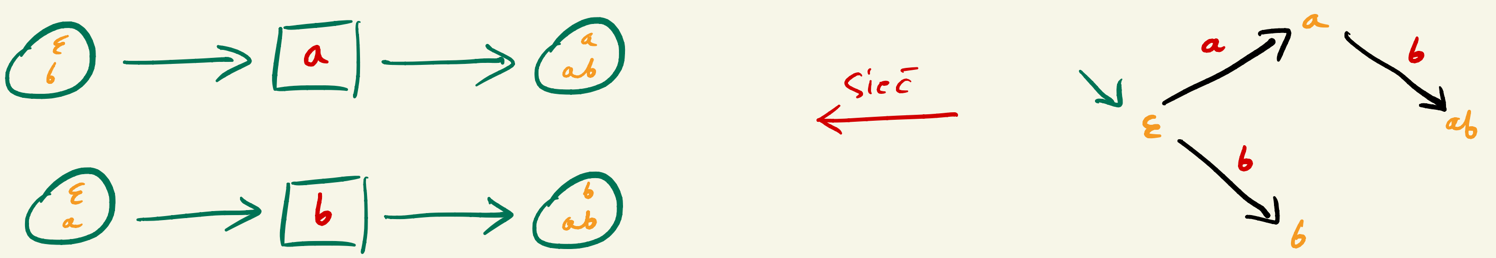
$^*a := \{R : (1)\}$

$a^* := \{R : (2)\}$

Sieć (G) — sieć regionów

- miejsca = regiony
- tranzycje = T
- Łuki: $^*a$ a^*
- konfiguracja początkowa: $\{R : v_0 \in R\}$





Lemat: $G \simeq \mathrm{graf}(S)$ dla pewnej sieci S

$$\Updownarrow$$

$$G \simeq \mathrm{graf}(\text{sieć}(G))$$

Dowód: ($\Downarrow$)

Tak długo jak jakiś region R nie ma odpowiadającego miejsca w S, dodaj R do S.

Fakt: R – region w $\mathrm{graf}(S)$.

$S+R$: dodaj miejsce p i krawędzie (p,t) : $R \in {}^*t$

(t,p) : $R \in t^*$

Wtedy $\mathrm{graf}(S) \simeq \mathrm{graf}(S+R)$

$${}^*R = {}^\bullet p \qquad R^* = p^\bullet$$