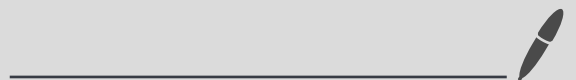


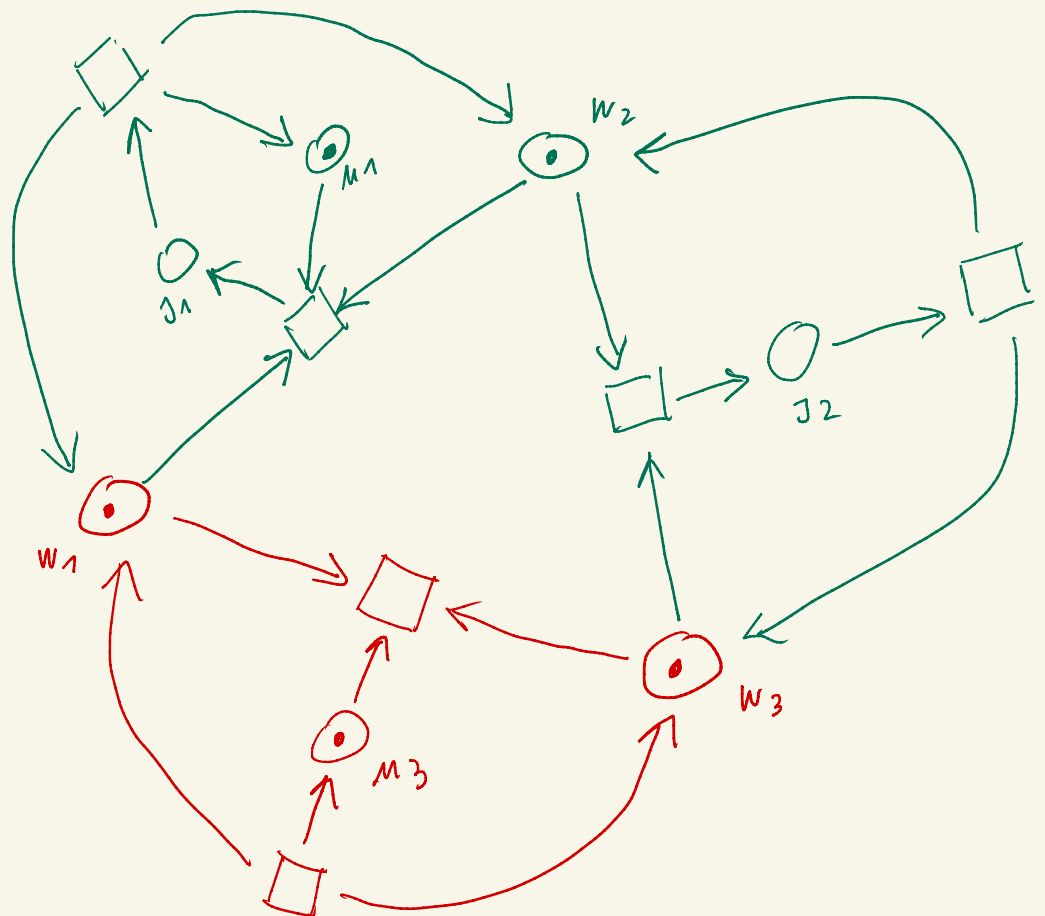
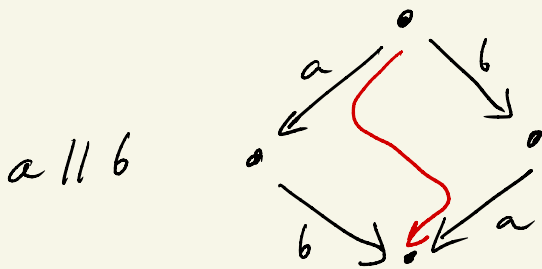
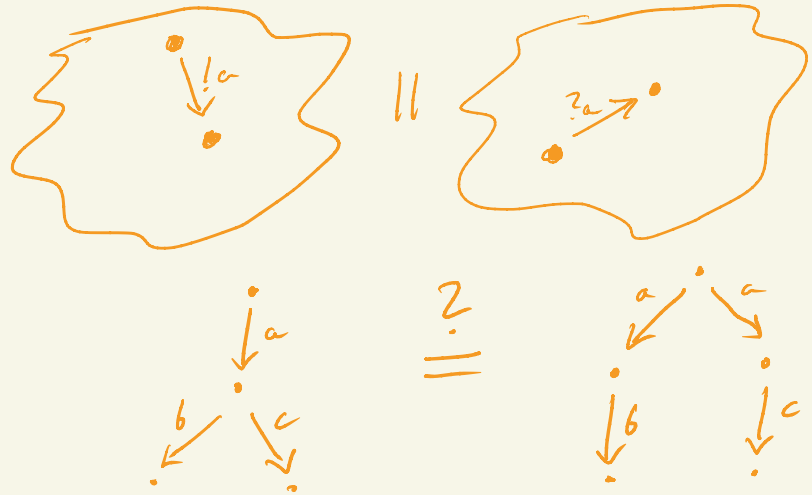
Teoria współbieżności
2023/24

Wykład 1



Matematyczne modele systemu współbieżności:

- sieć Petriego
- algebra procesów
- języki częściowo przemienne
- modele geometryczne



Sieć Petriego:

- P, T - skończone rozłączne zbiory miejsc i tranzycji
- $F: P \times T \cup T \times P \rightarrow \mathbb{N}$ luki / wagi
- $K: P \rightarrow \{1, \omega\}$ pojemność

Notacja: $\bullet t = \{p : F(p, t) > 0\}$, $t^\circ, \bullet p, p^\circ, \bullet t^\circ, \bullet p^\circ$

Konfiguracje: $M: P \rightarrow \mathbb{N} \quad \forall p. M(p) \leq K(p)$

Krok (przejście): $M \xrightarrow{t} M'$ o ile jednocześnie wyznaczone przez M, t

- $\forall p \in \bullet t \quad F(p, t) \leq M(p)$

- $\forall p \in t^\circ \quad M'(p) = M(p) - F(p, t) + F(t, p)$

Graf konfiguracji $M \xrightleftharpoons[t]{t} M'$

Notacja: $M \xrightarrow{t_1} M_1 \xrightarrow{t_2} M_2 \xrightarrow{t_3} M_3$

$M \xrightarrow{t_1, t_2, t_3} M'$ $M \xrightarrow{\omega} M'$ bieg

$M \rightarrow M'$ $M \xrightarrow{t} M \rightarrow$

$M \rightarrow^* M'$ blokada $M \rightarrow$
← osiągalna z M

Sieci elementarne:

- $F(p, t), F(t, p) \leq 1$

- $K(p) = 1$

Sieci ogólne:

- ?

- $K(p) = \omega$

Struktura vs dynamika

sieć

sieć + konfiguracja pocz. M_0

- k -ograniczona $M(p) \leq k \quad \forall p, \forall M$ osiągalna
- ograniczona
- skończona (kończąca?) \uparrow tylko skończone bieżą
- strukturalnie ograniczona / skończona (dla każdej konfiguracji pocz.)
- acykliczna, odwracalna, bez konfliktów, ...
- żywa

$$\forall t \quad \forall M \quad M_0 \xrightarrow{*} M \Rightarrow \underbrace{\exists M' \quad M \xrightarrow{*} M' \xrightarrow{t}}_{t \text{ wyczerpana w } M}$$

t żywa

Problemy decyzyjne:

dla danej sieci i konfiguracji $M_0, M,$

- czy $M_0 \xrightarrow{*} M$

osiągalność

- czy $M_0 \xrightarrow{*} M'$ dla pewnej $M' \in M$

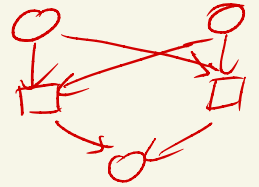
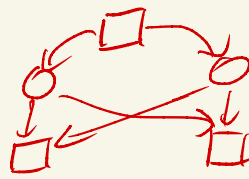
pokrywalność

Patologie:

- izolowane elementy \circ \square

- niespójność?

- redundantne elementy

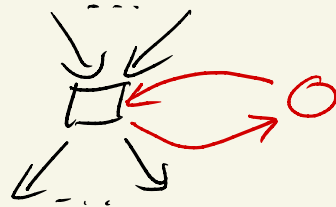


- brak wej/wy : $t = \emptyset$ $t^{\circ} = \emptyset$ $p = \emptyset$ $p^{\circ} = \emptyset$

Eliminacja:

- ciasnych petli

- wag > 1



Modele równowagi:

• VAS

$$T \subseteq_{fin} \mathbb{Z}^d$$

konfiguracje : \mathbb{N}^d

kroki : $c \xrightarrow{t} c+t$

• VASS

$$q \xrightarrow{t} q'$$

konfiguracje : $Q \times \mathbb{N}^d$

kroki : $(q, c) \xrightarrow{t} (q', c+t)$

• niedeterministyczne automaty z licznikami $x_1 \dots x_d$
(bez testów 0)

$$q \xrightarrow{x_i^{++}} q'$$

$$q \xrightarrow{x_i^{--}} q'$$

