Kolokwium (WTM), 21.11.02

GRUPA 1

Każde zadanie proszę pisać na osobnej kartce!!!
Każdą kartkę proszę podpisać oraz napisać nazwisko prowadzącego ćwiczenia z WTM

Zadanie 1. (7 pkt.) Niech $\mathbb{R}$ oznacza zbiór liczb rzeczywistych. Niech $\phi : \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \to \mathcal{P}(\mathbb{R})$ będzie funkcją zdefiniowaną następująco:

$$\phi(f) = \{x : f(x) = x^4\}$$

1. Czy ϕ jest różnowartościowa?
2. Czy ϕ jest „na”?
3. Ile elementów ma zbiór $\overrightarrow{\phi}^{-1}(\{\mathbb{R}\})$?
4. Niech $\mathcal{X} = \overrightarrow{\phi}(\text{STAŁE})$, gdzie STAŁE, to zbiór funkcji stałych. Ile zbiorów jednoelementowych jest elementami $\mathcal{X}$? Ile zbiorów trzyelementowych jest elementami $\mathcal{X}$? Czy zbiorów dwuelementowych będących elementami $\mathcal{X}$ jest skończenie wiele?

Zadanie 2. (6 pkt) Przy oznaczeniach poprzedniego zadania dowieść, że

$$\overrightarrow{\phi}(\text{RÓŻN}) = \{X \subseteq \mathbb{R} \mid \forall r \in X(r \neq 0 \implies -r \notin X)\},$$

gdzie RÓŻN, to zbiór funkcji różnowartościowych z $\mathbb{R}$ w $\mathbb{R}$.

Zadanie 3. (7 pkt) Niech Y będzie zbiorem i C ustalonym podzbiorem Y. Pokazać, że relacja $R \subseteq \mathcal{P}(Y)^2$ zdefiniowana jako

$$(A, B) \in R \iff (A - B) \cup (B - A) \subseteq C$$

jest relacją równoważności. Ile jest różnych klas abstrakcji i jakie mają elementy, jeśli $Y = \{1, \ldots n\}$ i $C = \{1\}$?