Warsaw University of Technology

ZBIORY PRZYBLIŻONE

Zdzisław Pawlak

ICS Research Report 31/95

Institute of Computer Science

Nowowiejska 15 / 19, 00-665 Warsaw, Poland

ZBIORY PRZYBLIŻONE*

Zdzisław Pawlak

1 Wstęp

Podstawowe pojęcie matematyki, pojęcie zbioru, do niedawna stanowiło wyłącznie domenę zainteresowań matematyków, logików i filozofów. W ostatnich latach wzbudziło ono rownież duże zainteresowanie inżynierów za sprawą informatyki.

Jednym z głównych problemów współczesnej informatyki jest próba algorytmizacji podejmowania decyzji w warunkach niepewności. Bertrant Russell stwierdził zresztą, zanim jeszcze powstała era informatyki: „The central problem of our age is how to act decisively in the absence of certainty." Słowa te nabrały dzisiaj nowego znaczenia dzięki informatyce.

Wszelkie rozumowania matematyczne opierają się na pojęciach ostrych, tj. pojęciach, których znaczenie jest jednoznacznie zdefiniowane. Jednakże w wielu innych dziedzinach, np. polityce, ekonomii, medycynie, sztuce, wiele podstawowych pojęć ma charakter nieostry. Np. „wzrost napięcia na Bliskim Wschodzie", „dobry budżet", „zdrowy człowiek" czy „piękny obraz" to typowe przykłady pojęć nieostrych. Cechą charakterystyczną pojęć nieostrych jest tzw. obszar brzegowy, tj. zbiór obiektów o których nie można powiedzieć czy pod to pojęcie podpadają czy też nie. Np. o pewnych obrazach możemy z pewnością stwierdzić, że są piękne bądź nie, ale są również takie obrazy których nie da się jednoznacznie zakwalifikować jako piękne lub brzydkie. Podobnie ma się rzecz z pojęciami „chory pacjent", „stabilna sytuacja polityczna", „dobry budżet" etc. Inaczej mówiąc cechą charakterystyczną pojęć nieostrych jest brak jednoznacznie zdefiniowanego ich zakresu. Dodajmy, że język naturalny obfituje w pojęcia nieostre. Powoduje to, że metody matematyczne, wymagające ostrych pojęć, w zasadzie nie nadają się bezpośrednio do przeprowadzania rozumowań w oparciu o pojęcia nieostre.

Filozofów i logików od dawna interesowała struktura pojeć nieostrych oraz możliwość wnioskowania w oparciu o takie pojęcia. Przez wielu z nich nieostrość pojęć uważana jest za poważny defekt uniemożliwjający stosowanie praw logiki do wnioskowania w oparciu o takie pojęcia. Już ojciec wspolczesnej logiki G. Frege, przeszlo sto lat temu, sformułował to następująco:

Der Begriff muss scharf begrenzt sein. ... Einem unscharf begrenzten Begriffe wuerde ein Bezirk entsprechen, der nicht ueberall eine scharfe Grentzlinie haette, sondern stellenweise gantz verschwimmend in die Umgebung uebergiinge. Das weare eigentlich gar kein Bezirk; und so wird ein unscharf definirter Begriff mit Unrecht Begriff genannt. Solche begriffsartige Bildungen kann die Logik nicht als Begriffe anerkennen; es is unmoeglich, von ihnen genaue Gesetze auszustellen. Das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten ist ja eigentlich nur in anderer Form die Forderung, dass der Begriff scharf begrenzt sei. Ein

*Praca została wykonana w ramach projektu badawczego nr 8 S503 021 06

beliebiger Gegenstand Δ faellt entweder unter der Begriff ϕ, oder er faellt nich unter ihn: **tertium non datur.** (cf. Frege 1893, 2)

Inne sformułowanie tego problemu podał wspólczesny Fregemu C.S. Peirce:

A proposition is vague when there are possible states of things concerning which it is **intrinsically** *uncertain whether, had they been contemplated by the speaker, he would have regarded them as excluded or allowed by the proposition.* (cf. Peirce, 1902).

Jeszcze inaczej problem ten sformułował L. Wittgenstein, pisząc:

Inexact is really a reproach, and exact is praise. And that is to say what is inexact attains its goal less perfectly than what is more exact (Wittgenstein, 1953).

Mimo powyższych opinii możliwość wnioskowania w oparciu o pojęcia nieostre od dawna przyciągala uwagę logików i na ten temat ukazała się znaczna liczba publikacji. Szczególne zainteresowanie tą problematyką wykazali informatycy, z uwagi na możliwość komputerowego wspomagania tzw. rozumowań potocznych (common sens reasoning), które odgrywają ważną rolę we wszystkich dziedzinach w których operuje się pojęciami nieostrymi, np. medycynie, polityce, ekonomii itp.

Mimo wielu prób do tej pory nie znaleziono zadawalajcego rozwiązania tego problemu.

Do najbardziej znanych teorii pojęć nieostrych należy tzw. teoria zbiorów rozmytych (fuzzy set theory), stworzona przez L. Zadeha w 1965 roku (cf. Zadeh, 1965). W teorii tej przyjmuje się, że element może należeć „w pewnym stopniu" do zbioru, a nie jak to ma miejsce w „klasycznej " teorii mnogości, w której element może tylko należeć lub nie należeć do zbioru. Np. w teorii zbiorów rozmytych można używać pojęć takich jak „zdrowy w stopniu 0.6" lub „duży w stopniu 0.2" czy też „mlody w stopnou 0.9" - tzn. „pacjent x nalezy do zbioru osób zdrowych w stopniu 0.6" itp. Stopień należenia jest liczbą z przedziału [0,1] mogloby się więc wydawać że, może być ona traktowana jako prawdopodobieństwo należenia elementu do zbioru. Jednakże zdaniem twórcy tej teorii taka interpretacja nie jest właściwa i nie odpowiada intuicji pojęcia zbioru rozmytego.

Warto może tu jeszcze przytoczyć oryginalną definicję zbioru podaną przez Cantora.

Unter einer „Maning-faltigkeit" oder „Menge" verstehe ich naemlich allgemain jedes viele, welches sich als eines denken laest, d.h. jeden in begrief bestimmter elemente, welcher durch ein gesetz zu einem ganzen verbunden verden kann. (cf. Cantor, 1983).

Tak więc zbiór jest określony jednoznacznie przez swoje elementy, i w konsekwencji element nie może „ częściowo " należeć do zbioru, jak to się proponuje w teorii zbiorów rozmytych. Dlatego też niektórzy uważają teorię zbiorów rozmytych za uogólnienie kantorowskiej teorii zbiorów, w której funkcja charakterystyczna zbioru, zamiast przyjmować jedynie dwie wartości 0 lub 1 - jak to ma miejsce w klasycznej teorii mnogości - może przyjmować dowolne wartości z przedziału domkniętego [0,1]. W istocie teoria zbiorów rozmytych nie jest nową teorią mnogości, może ona bowiem być wyrażona w klasycznej teorii mnogości.

Teoria zaproponowana przez Zadeha ma zarówno bardzo wielu zwolenników jak i przeciwników. Na jej temat publikowane są liczne prace teoretyczne oraz prowadzone są bardzo intensywne prace nad jej zastosowaniami.

Inne jeszcze spojrzenie na pojęcia nieostre oferuje, zaproponowana przez autora w

1982 roku, (cf. Pawlak, 1982) tzw. teoria zbiorów przybliżonych (rough set theory). W ujęciu tym pojęcia nieostre reprezentowane są w postaci pary pojęć ostrych, zwanych dolnym i górnym przybliżeniem pojęcia nieostrego. Okazuje sie, że przybliżenia te są odpowiednio wnętrzem i domknięciem w pewnej topologii generowanej przez informacje posiadaną o elementach rozpatrywanego uniwersum. Proponowane podejście nie jest próbą tworzenia „ nowej" teorii mnogości a sprowadza problematykę nieostrości pojęć na grunt klasycznej teorii mnogości. Z drugiej strony teoria zbiorów przybliżonych nawiązuje do teoretycznie zaawansowanych badań modeli nieklasycznej, intuicjonistycznej teorii mnogości zapoczątkowanych niezależnie przez D. Scotta (cf. Fourman i Scott (1979) oraz D. Higgs (1984)). W ramach tych badań wprowadzono ideę zbiorów wartościowanych w algebrze Heytinga, zwanych krócej Heytingowsko wartościowanymi zbiorami. Idea ta, motywowana argumentami zaawansowanej logiki matematycznej w naturalny sposób odzwierciedla i ujmuje w jednym pojęciu możliwą nieostrość relacji równości elementów i relacji przynależności elementów do zbioru. Okazuje się, że wprowadzone niezależnie i motywowane praktycznymi zastosowaniami zbiory przybliżone są w pewnym ujęciu szczególnymi przypadkami zbiorów Heytingowsko wartościowanych (cf. Obtułowicz (1987)). Warto nadmienić, że związki zbiorów przybliżonych i Heytingowsko wartościowanych były także przedmiotem badań (cf. Barr (1986)).

Koncepcja zbiorów przybliżonych wzbudziła spore zaintersowanie na świecie. Na temat zbiorów przybliżonych ukazalo się do tej pory przeszło tysiąc publikacji oraz odbylo się kilka międzynarodowch konferencji, między innymi w Kanadzie i USA. W 1996 roku planowana jest taka konferencja w Japonii. Proponowane podejście znalazlo rownież wiele interesującyh zastosowań.

W artykule tym podane zostaną glówne idee teorii zbiorów przybliżonych. Czytelnika zaintesowanego szczególami bądź szerszymi aspektami poruszanych tu zagadnień lub też zastosowaniami proponowanego podejścia odsyłamy do literatury specjalistycznej.

2 Przykład

Zanim przejdziemy do ściślejszych rozważań podamy najpierw prosty przykład, który pozwoli nam na wyrobienie pewnych intuicji związanych z proponowanym spojrzeniem na pojęcia nieostre.

Rozpatrzmy zbiór sześciu pacjentów u których zaobserwowano pewne objawy, jak to podano w tablicy poniżej.

Pacjent	Ból glowy	Ból mięśni	Temperatura	Grypa
p1	brak	jest	wysoka	jest
p2	jest	brak	wysoka	jest
p3	jest	jest	bardzo wysoka	jest
p4	brak	jest	normalna	brak
p5	jest	brak	wysoka	brak
p6	brak	jest	bardzo wysoka	jest

Tab.1

Glównym problemem, którym się tu będziemy interesować, to pytanie czy można jednoznacznie scharakteryzować pacjentów chorych na grypę (lub nie) za pomocą symptomów „Ból Glowy", „Ból Mięśni" oraz „Temperatura". Oczywiście charakterystyka taka nie jest możliwa z uwagi na fakt, że pacjenci p2 oraz p5 mają jednakowe symptomy natomiast jeden z nich jest chory na grypę drugi zaś nie. W świetle posiadanych danych jedynie pacjenci p1, p3 oraz p6 mogą być jednoznacznie zaklasyfikowani jako chorzy na grypę. Inaczej mówiąc pojęcie „grypy" (lub „brak grypy") są pojęciami nieostrymi, istnieją bowiem pacjenci (p2 oraz p5), których na podstawie symptomów podanych w tabeli nie da się zaklasyfikować ani jako zdrowych, ani jako chorych. Możemy natomiast wyróżnić dwa zbiory pacjentów: pierwszy $X = \{p1, p3, p6\}$ składających się ze wszystkich pacjentów chorych napewno na grypę, oraz drugi $Y = \{p1, p2, p3, p5, p6\}$ składający się z pacjentów u których grypy wykluczyć nie można. Zbiór X będziemy nazywać dolnym przybliżeniem pojęcia „ grypa ", zas zbiór Y - górnym przybliżeniem tego pojęcia. W dalszym ciągu problem ten rozważymy nieco dokładniej.

3 Zbiory przybliżone

Niech U będzie ustalonym zbiorem zwanym w dalszym ciągu uniwersum, i niech $I \subseteq U^2$ będzie binarną relacją zwaną *relacja nierozróżnialności.* Przyjmiemy, że I jest relacją równoważności. Jeżeli $I(x, y)$, powiemy, że x oraz y są nierozróżnialne, zaś klasę abstrakcji relacji I zawierającą x oznaczymy przez $I(x)$. Zauważmy, że w podanym w poprzednim paragrafie przykładzie każdy zbiór cech generuje pewna relację nierozróżnialności, w której zbiory obiektów mające te same wartości cech tworzą klasy abstrakcji tej relacji.

Niech $X \subseteq U$ oraz niech I będzie relacją nierozróżnialności na U. Zdefiniujemy następujące operacje, zwane odpowiednio *dolnym i górnym przybliżeniem zbioru* X, jak to podano niżej.

$$I_*(X) = \{x \in U : I(x) \subseteq X\},$$
$$I^*(X) = \{x \in U : I(x) \cap X \neq \emptyset\}.$$

Różnice między górnym a dolnym przybliżeniem zbioru X

$$BN_I(X) = I^*(X) - I_*(X)$$

będziemy nazywali *brzegiem zbioru X.*

Latwo sprawdzić, że przybliżenia posiadają następujace właściwości:

1) $I_*(X) \subseteq X \subseteq I^*(X)$,

2) $I_*(\emptyset) = I^*(\emptyset) = \emptyset, I_*(U) = I^*(U)$,

3) $I^*(X \cup Y) = I^*(X) \cup I^*(Y)$,

4) $I_*(X \cap Y) = I_*(X) \cap I_*(Y)$,

5) $X \subseteq Y$ implikuje $I_*(X) \subseteq I_*(Y)$ oraz $I^*(X) \subseteq I^*(Y)$,

6) $I_*(X \cup Y) \supseteq I_*(X) \cup I_*(Y)$,

7) $I^*(X \cap Y) \subseteq I^*(X) \cap I^*(Y)$,

8) $I_*(-X) = -I^*(X)$,

9) $I^*(-X) = -I_*(X)$,

10) $\quad I_*(I_*(X)) = I^*(I_*(X)) = I_*(X)$,

11) $\quad I^*(I^*(X)) = I_*(I^*(X)) = I^*(X)$.

Operacje te są więc operacjami wnętrza i domknięcia w pewnej topologii generowanej przez relację nierozróżnialności.

Powiemy, że X jest *I-dokładny*, wtedy i tylko wtedy gdy $I_*(X) = I^*(X)$; w przeciwnym przypadku X jest *I-przybliżony*. Zbiór przybliżony jest to więc zbiór posiadający niepusty brzeg. „ Niedokładność " zbioru X może być wyrażona liczbowo przez wprowadzenie współczynnika dokładności zbioru - zdefiniowanego w następujący sposób:

$$\alpha_I(X) = \frac{|I_*(X)|}{|I^*(X)|}.$$

Oczywiście $0 \leq \alpha_I(X) \leq 1$.

Zbiory przybliżone można więc utożsamiać z pojęciami nieostrymi, zaś współczynnik $\alpha_I(X)$ za miarę nieostrości pojęcia X.

W nauralny sposób można zdefiniować następujące klasy pojęć nieostrych:

a) X jest w *przybliżeniu I-definiowalny* gdy $I_*(X) \neq \emptyset$ oraz $I^*(X) \neq U$,

b) X jest *wewnętrznie I-niedefiniowalny* gdy $I_*(X) = \emptyset$ oraz $I^*(X) \neq U$,

c) X jest *zewnętrznie I-niedefiniowalny* gdy $I_*(X) \neq \emptyset$ oraz $I^*(X) = U$,

d) X jest *całkowicie I-niedefiniowalny* gdy $I_*(X) = \emptyset$ oraz $I^*(X) = U$,

Sens intuicyjny powyższych definicji jest oczywisty.

4 Funkcja charakterystyczna zbiorów przybliżonych

Dla zbiorów przybliżonych można również zdefiniować odpowiednią funkcję charakterystyczną, jak to podano niżej.

$$\mu_X^I(x) = \frac{card(X \cap I(x))}{card\, I(x)}.$$

Oczywiście $0 \leq \mu_X^I(x) \leq 1$. Wartość funkcji $\mu_X^I(x)$ może być rozumiana jako stopień przynależenia elementu x do zbioru X. Zauważmy, że wartość funkcji charakterystycznej dla zbiorów przybliżonych jest obliczana z danych o elementach uniwersum, a nie zakładana jak to ma miejsce w teorii zbiorów rozmytych. Warto ponadto dodać, że stopień należenia elementu do zbioru przybliżonego może być rozumiany jako pewne prawdopodobieństwo warunkowe.

Operacje dolnego i górnego przybliżenia mogą być rownież wyrażone przy pomocy funkcji $\mu_X^I(x)$, jak to podano niżej:

$$I_*(X) = \{x \in U : \mu_X^I(x) = 1\},$$

$$I^*(X) = \{x \in U : \mu_X^I(x) > 0\},$$

Funkcja $\mu_X^I(x)$ ma następujące własności (cf. Pawlak, Skowron. 1992).

a) $\mu_X^I(x) = 1$ wtedy i tylko wtedy gdy $x \in I_*(X)$,

b) $\mu_X^I(x) = 0$ wtedy i tylko wtedy gdy $x \in U - I^*(X)$,

c) $0 < \mu_X^I(x) < 1$ wtedy i tylko wtedy gdy $x \in BN_I(X) = I^*(X) - I_*(X)$,

d) Jezeli xIy, to $\mu_X^I(x) = \mu_X^I(y)$,

e) $\mu_{U-X}^I(x) = 1 - \mu_X^I(x)$ dla dowolnego $x \in U$,

f) $\mu_{X \cup Y}^I(x) \geq max(\mu_X^I(x), \mu_Y^I(x))$ dla dowolnego $x \in U$,

g) $\mu_{X \cap Y}^I(x) \leq minx(\mu_X^I(x), \mu_Y^I(x))$ dla dowolnego $x \in U$,

h) Jezeli $\mathcal{X}$ jest rodziną parami rozłącznych podzbiorów U, to i $S = \bigcup \mathcal{X}$, to $\mu_S^I(x) = \sum_{X \in \mathcal{X}} \mu_X^I(x)$ dla każdego $x \in U$.

5 Przybliżone zawieranie i przybliżona równość zbiorów

Używając pojęć dolnego i górnego przybliżenia możmy zdefiniować przybliżone zawieranie oraz przybliżoną równość zbiorów.

Niech X, $Y \subseteq U$ oraz niech I będzie relacją nierozróżnialności na U. Powiemy, że

a) X jest *dolnie I-zawarte* w Y, lub krótko $X \subseteq_{*I} Y$, gdy $I_*(X) \subseteq I_*(Y)$,

b) X jest *górnie I-zawarte* w Y, lub krótko $X \subseteq_I^* Y$, gdy $I^*(X) \subseteq I^*(Y)$,

c) X jest w *przybliżeniu I-zwarte* w Y, lub krótko $X \subseteq_I Y$, gdy $I_*(X) \subseteq I_*(Y)$ oraz $I_*(X) \subseteq I_*(Y)$.

Zauważmy, że gdy relacja I posiada k klas abstrakcji to istnieje 2^k, dolnie i górnie *I-zawartych* podzbiorów U, natomiast istnieje

$$\sum_{i-1}^{k} \binom{k}{i} 2^{k-i} = 3^k$$

w przybliżeniu *I-zawartych* podzbiorów U.

Mając zdefiniowane przybliżone zawieranie możemy w standardowy sposób określić przybliżoną równość zbiorów.

Również funkcję charakterystaczną dla zbiorów przybliżonych można użyć do zdefiniowania przybliżonego zawierania zawartości oraz przybliżonej równości zbiorów, jak to podano niżej:

$$X \subseteq_{(I)} Y \text{ wtedy i tylko wtedy gdy } \mu_X^I(x) \leq \mu_Y^I(x) \text{ dla dowolnych } x \in U.$$

Podobnie jak poprzednio można w oparciu o podane wyżej przybliżone zawieranie zdefiniować przybliżoną równość zbiorów:

$$X =_{(I)} Y \text{ wtedy i tylko wtedy gdy } X \subseteq_{(I)} Y \text{ oraz } X \supseteq_{(I)} Y, \text{ tj. } \mu_X^I(x) = \mu_Y^I(x).$$

Latwo zauważyc, że definicje przybliżonego zawierania i przybliżonej równości zbiorów oparte na operacjach wnętrza i domknięcia oraz funkcji charakterystycznej zbioru nie są równoważne (Pawlak, Skowron, 1993).

6 Zakończenie

Przedstawione podejście do pojęć nieostrych okazało się bardzo użyteczne w praktyce i znalazło liczne zastosowania w wielu dziedzinach, między innymi w medycynie, bankowości, przemyśle i innych. Ponadto zainicjowało ono liczne badania teoretetyczne.

Literatura

Barr, M. (1986). Fuzzy Set Theory and Tops Theory. *Canad. Math. Bull.* Vol.29(4). 501-508.

Black, M. (1937). Vagueness. *The Philosophy of Sciences.* 427-455.

Cantor, G. (1883). Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre, Leipzig.

Fine, K. (1975). Vagueness, Truth and Logic. *Synthese,* 30, 265-300.

Fourman, M. P. i Scott, D. S. (1979). Application of Sheaves, Lecture Notes in Mathematics. Vol. 753.

Frege, G (1893). Grundgesetze der Arithmetik, 2, Verlag von Herman Pohle, Jena.

Higgs, D. (1984). Injectivity in The Tops of Complete Heyting Algebra Valued Sets. *Canad. J. Math.* Vol. 36, No. 3. 550-568.

Krusinska E., Słowinski R., Stefanowski J. (1992). Discriminant Versus Rough Set Approach to Vague Data Analysis. *Applied Stochastic Models and Data Analysis* 43-56.

Lin, T.Y. (1994). ed.: *The Third International Workshop on Rough Sets and Soft Computing Proceedings (RSSC'94).* San Jose State University, San Jose, California, USA, November 10-12.

Obtułowicz, A. (1987). Rough Sets and Heyting Algebra Valued Sets. *Bull. of The Polish Acad. of Sc., Ser. Mathematics.* Vol. 35, No. 9-10. 667-671.

Pawlak, Z. (1982). Rough Sets, *Int. J. of Inf. and Comp. Sci.,* 11, 5, 341-546.

Pawlak, Z. (1991). Rough Sets - Theoretical Aspects of Reasoning about Data. KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS.

Pawlak, Z. and Skowron, A. (1993). Rough Membership Functions; A Tool for Reasoning with Uncertainty.*Algebraic Methods in Logic and Computer Science, Banach Center Publications, Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences, Warsaw,* **28,** 135-150.

Peirce, C.S. (1902). Vague. *Dictionary of Philosophy and Psychology,* edited by J.M. Baldwin, London.

Popper, K. (1959). The Logic of Scientific Discovery. London: Hutchinson.

Russell, B. (1923). Vagueness. *Australian Journal of Philosophy,* **1**, 84-92.

Słowiński, R. (Ed.) (1992). Intelligent Decision Support - Handbook of Advances and Applications of the Rough Set Theory. KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS.

Williamson, T. (1990). Identity and Discrimination. Basil Blackwell, Cambridge, Massachusets.

Wittgenstein, L. (1953). Philosophical Investigations, translated by G.E.M. Anscombe, Basil Blackwell, Oxford.

Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control 8*, 338-359.

Ziarko, W. (Ed.) (1993). Rough Sets, Fuzzy Sets and Knowledge Discovery. Proceedings of the International Workshop on Rough Sets and Knowledge Discovery (RSKD'93). Banff, Alberta, Canada, 12-15 October 1993, Springer Verlag.

Recently published Research Reports
of the Institute of Computer Science, W.U.T.

16/95 Jakub Wróblewski, *Finding Minimal Reducts Using Genetic Algorithm* (extended version), April 1995.

17/95 Jan Komorowski, Lech T. Polkowski, Andrzej Skowron, *Towards a Rough Mereology-Based Logic for Approximate Solution Synthesis*, Part 1, April 1995.

18/95 Rafał Deja, *Conflict Analysis Based on the Distance Function*, April 1995.

19/95 Robert M. Colomb, Jacek Sienkiewicz, *Analysis of Redundancy in Expert Systems Case Data*, April 1995.

20/95 Dorota Nejman, *Rough Sets in Handwritten Numerals Recognition*, April 1995.

21/95 Zdzisław Pawlak, *On Some Issues Connected with Roughly Continuous Functions*, May 1995.

22/95 Barbara Marszał-Paszek, Piotr Paszek, Alicja Wakulicz-Deja, *Applying Rough Sets to Diagnose in Children's Neurology*, May 1995.

23/95 Mikhail Moshkov, *Relationships Between Depth of Deterministic and Nondeterministic Programs Computing Functions of k-Valued Logic*, May 1995.

24/95 Andrzej Kozłowski, *Metoda symulacji i animacji procesu zdarzeń z uwzględnieniem czynników fizycznych w środowisku pakietu 3D Studio*, maj 1995.

25/95 Piotr Baran, Grzegorz J. Blinowski, *PSFlow Distributed Processing Model - C-language Binding and Reference Manual*, May 1995.

26/95 Jerzy Mieścicki, Konstanty J. Kurman, Wiktor B. Daszczuk, MIKOZ: *Metoda identyfikacji i koordynacji oddziaływań zwrotnych w regulacji ciągłych procesów technologicznych*, maj 1995.

27/95 Jerzy Mieścicki, Konstanty J. Kurman, Wiktor B. Daszczuk, *Identyfikacja kolumny destylacyjnej D-1 w Laboratorium Procesów Technologicznych PW*, maj 1995.

28/95 Adam Obtułowicz, *Differential Equations for Discrete Functions*, May 1995.

29/95 M. K. Chakraborty and Sanjukta Basu, *Approximate Reasoning Methods in Vagueness: Graded and Rough Consequences*, May 1995.

30/95 Krzysztof Słowiński, *Diagnostic Peritoneal Lavage for Multiple Injuries Patients, Analysis of Experience Using Rough Set Approach*, May 1995.