
Motto

"The central problem of our age is how to
act decisively in the absence of certainty"

"Centralnym problemem naszego wieku jest pytanie jak podejmować decyzje
w w sytuacjach niepewnych (przy braku pewności) "

Bertrand Russell

ZBIORY PRZYBLIŻONE I ICH ZASTOSOWANIA

Zdzisław Pawlak

1. Współczesny świat nie byłby możliwy bez matematyki. Radio, telewizja, samolot, samochód, kosmonautyka to przykłady, które wymagają wielu złożonych obliczeń i bez stosowania zaawansowanych metod matematycznych nie mogłyby zaistnieć. Matematyka jest warunkiem koniecznym ich istnienia i rozwoju.

Są jednak dziedziny w których matematyka nie odrywa takiej roli. Weźmy na przykład pod uwagę politykę. Analiza sytuacji politycznych, podejmowanie decyzji politycznych jest oparte na intuicji i tzw. rozumowaniu zdroworozsądkowym - a nie w oparciu o precyzyjne pojęcia i metody matematyczne. Podobny charakter ma gospodarka, prawo, medycyna i wiele innych. Prasa, radio, telewizja dostarcza codziennie masę przykładów pojęć nieprecyzyjnych i rozumowań na nich opartych.

Skąd ta różnica? Dlaczego w jednych dziedzinach nie możemy się obejść bez metod matematycznych w innych zaś nie mają one żadnego znaczenia. Wyjaśnienie jest tu całkiem proste. Matematyka, aby mogła być stosowana, musi opierać się na precyzyjnych, jednoznacznie zdefiniowanych pojęciach. Na przykład ruchy planet, czy lot rakiety opisują precyzyjnie równania Newtona. Łączność, telewizja czy radar nie byłyby możliwe bez równań Maxwella opisujących zjawiska elektro-magnetyczne. Pojęcia i rozumowania polityczne, gospodarcze, czy medyczne mają w swej istocie charakter nieprecyzyjny. Np. co to dokładnie znaczy, że napięcie w Chorwacji maleje bądź rośnie. Albo co oznacza, że budżet państwa jest dobry lub zły? Strona rządząca uważa, iż jest on wysmienity, opozycja zaś - że jest niedobry i musi być zmieniony. Jak rozstrzygnąć, która strona ma rację? Jedynym wyjściem w tym ostatnim przypadku jest głosowanie. Nikt natomiast nie będzie głosował aby stwierdzić czy równania Newtona są słuszne czy też nie. Problemy polityczne mają inny charakter aniżeli problemy fizyczne.

Co to są pojęcia precyzyjne, lub jak je nazywają logicy, ostre? Np. pojęcie liczby parzystej (takiej która dzieli się przez dwa, np. 2,4,6 itd.) jest ostre, gdyż o każdej liczbie naturalnej można jednoznacznie stwierdzić czy jest ona parzysta czy nie. Matematyka operuje wyłącznie pojęciami ostrymi.

Co to są pojęcia nieostre? Stabilna sytuacja polityczna, wzrost napięcia w danym regionie, piękna kobieta, mądry czy zdrowy człowiek, łysy mężczyzna, ładna pogoda, piękny utwór muzyczny czy obraz itp., to przykłady pojęć nieostrych. Cechą charakterystyczną tych pojęć jest to, że nie zawsze w konkretnych przypadkach można jednoznacznie stwierdzić czy tak jest jak one głoszą czy też nie. Np. jakiś obraz jednym się może podobać innym zaś nie. Polityka Clintona wobec Rosji dla jednych jest dobra (Talbot) dla innych nie

(Kissinger). Inaczej mowiac cecha charakterystyczna pojec nieprecyzyjnych jest to, iz posiadaja one pewien obszar nieostrososci czy nieokreslonosci (szara strefa), zwany obszarem brzegowym albo brzegiem, w ktorym znajduja sie wszystkie przypadki o ktorych nie mozna stwierdzic, czy naleza one do rozwananego pojecia czy tez nie. Np. pewne kobiety moga byc uznawane za piekne, inne zas nie. Pozatym moga istniec kobiety o ktorych urodzie zdania sa podzielone. Stanowia one wlasnie ow obszar brzegowy pojecia piekna kobieta.

2. Wspolczesna matematyka wobec pojec nieostrych jest bezradna. Od dziesiatek lat filozofowie i logicy probowali tworzyc teorie pojec nieostrych - jak dotod bezskutecznie. Trudnosc ta jest nieprzypadkowa i tkwi w samej istocie matematyki. Cala matematyka wspolczesna jest oparta na pojeciu zbioru. Zbior, mowiac intuicyjnie i niezbyt scisle, to tyle co kolekcja pewnych przedmiotow. Np. mozemy mowic o zbiorze ksiazek w bibliotece, zbiorze osob w pokoju, czy zbiorze liczb naturalnych. Pojecie zbioru, przynajmniej tak jak to rozumie sie w matematyce wspolczesnej, jest pojeciem ostrym. Nie mozemy wiec z sensem posluzyc sie w jezyku matematyki pojeciami nieostrymi, takimi jak np. zbior pieknych kobiet - tak jak zbiorem liczb parzystych.

Niemal od zarania powstania teorii zbiorow, stworzonej sto lat temu przez matematyka niemieckiego G. Cantora, czynione sa proby zbudowania matematyki na innych podstawach niz te ktore on zaproponowal, tak aby mozna w niej operowac pojeciami nieostrymi. Powiedzmy odrazu, ze wszystkie te proby sa, jak dotad, nieudane. Nie udalo sie uciec, jak to niektorzy okreslaja, z tzw. Raju Cantora, stworzonego przez tworce wspolczesnych podstaw matematyki, gdzie wszystko jest jednoznaczne, precyzyjne i piekne. W chwili obecnej nie widac szans na powodzenie takiej ucieczki.

Mimo to ciagle czynione sa proby "ucieczki" od paradygmatow wspolczesnej matematyki. Do najbardziej udanych i znanych prob naleza tzw. teoria zbiorow rozmytych stworzona przez L. Zadeha z Uniwersytetu w Berkeley w 1965 roku oraz teoria ewidencji, zwana tez teoria funkcji przekonan, zapoczatkowana przez A.P. Dempstera w 1960 roku i rozwinieta przez G. Shafera w 1976 roku. Pierwsza z nich byla proba "zmiekczenia" pojecia zbioru tak aby mozna bylo operowac w ramach tej teorii pojeciami nieostrymi, takimi jak np. ladny obraz, stary czlowiek, czy duza szybkoosc. Druga z nich stanowi alternatywe dla teorii prawdopodobienstwa. Oczywiscie oba te podejscia nie podwazaja podstaw wspolczesnej matematyki, ale rzucaja nowe swiatlo na nieprecyzyznosc pojec oraz nature przyblizonych wnioskowan.

Obie teorie wzbudzily duza krytyke matematykow oraz entuzjazm informatykow, ktorzy od dawna oczekiwali na podobne metody. Szczegolnie teoria zbiorow rozmytych swieci triumfy w wielu praktycznych zastosowaniach, ktore najintensywniej rozwijane sa w Japonii, gdzie w badania nad zastosowaniami tej teorii inwestowane sa miliardy dolarow. Warto dodac, ze w chwili obecnej istnieje na rynku przeszlo 1000 produktow opartych na teorii zbiorow rozmytych.

3. Teoria zbiorow przyblizonych, zaproponowana przez autora w 1982 roku, jest jeszcze jedna proba stworzenia narzedzia matematycznego do analizy nieostrych pojec. Jej idea rozni sie istotnie od teorii zbiorow rozmytych oraz teorii ewidencji, chociaz ma z nimi pewne zwiazki.

Podstawowa idea teorii zbiorow przyblizonych jest zastapienie kazdego pojecia nieostrego para pojec ostrych, zwanych dolnym i gornym przyblizeniem tego pojecia. Np. dolnym przyblizeniem pojecia piekna kobieta jest zbior wszystkich tych kobiet, ktore bez watpienia sa piekne, natomiast gornym przyblizeniem tego pojecia jest zbior tych wszystkich kobiet, ktorych nie mozna wykluczyc, ze sa piekne. Roznica miedzy gornym a dolnym przyblizeniem jest obszarem brzegowym, do ktorego naleza wszystkie przypadki, ktore nie moga

być prawidłowo zaklasyfikowane. Im większy obszar brzegowy pojęcia, tzn. im więcej jest przypadków tego pojęcia, których nie potrafimy poprawnie zaklasyfikować, tym bardziej jest ono nieostre. Ponieważ dolne i górne przybliżenie pojęcia nieostrego są pojęciami ostrymi, można więc do nich stosować metody klasycznej teorii zbiorów, tj. "normalną" matematykę.

Zbiory odpowiadające pojęciom nieostrym nazywane są zbiorami przybliżonymi, zaś - ostrymi dokładnymi. Okazuje się, że na zbiorach przybliżonych można określić pewne działania, które mogą być użyte do zdefiniowania wielu podstawowych pojęć potrzebnych do analizy niepewnych danych - takich jak redukcja zbędnych danych, szukanie zależności między danymi i innymi. Np. weźmy pod uwagę pacjentów cierpiących na jakąś chorobę. Pacjenci ci są w kartach choroby scharakteryzowani pewnymi cechami, takimi jak wiek, płeć, temperatura itp. Lekarz może być np. zainteresowany pytaniem, jakie są cechy charakterystyczne pewnej grupy pacjentów, chorych na określoną chorobę, bądź czy istnieją związki między pewnymi cechami, np. wiekiem czy płcią pacjenta, a szybkością rekonwalescencji - bądź też, czy wszystkie zbierane przez niego dane o pacjentach są niezbędne do określenia rodzaju interesującej go jednostki chorobowej. Inny przykład to analiza danych o klientach banku celem określenia ich wiarygodności kredytowej. Podobnych przykładów można podać wiele z różnych dziedzin.

Na powyższe pytania można uzyskać odpowiedź stosując metody statystyki matematycznej, jednakże aby sensownie można było używać metod statystycznych dane powinny spełniać pewne warunki, które nie zawsze muszą być spełnione w rzeczywistości. Teoria zbiorów rozmytych wymaga również określenia pewnych wartości liczbowych związanych z danymi, które często nie mogą być obiektywnie określone w stosunku do rzeczywistych danych. Także teoria ewidencji wymaga określenia pewnych współczynników liczbowych, aby mogła być poprawnie stosowana. Jedną z zalet teorii zbiorów przybliżonych jest to, iż nie wymaga ona tego typu założeń odnośnie danych.

4 Teoria zbiorów przybliżonych znalazła liczne zastosowania praktycznych w kraju i zagranicą.

Okazała się ona użyteczna w medycynie, (leczenie wrzodów dwunastnicy, ostrą zapalenia trzustki i inne) farmakologii (badanie związków między strukturą leków a ich aktywnością mikrobiologiczną), meteorologii (analiza czynników powodujących globalną zmianę klimatu), analizy wibracyjnej maszyn i urządzeń (łożysk), finansach i bankowości (analiza ryzyka bankructwa), w badaniu struktury nowych materiałów kompozytowych, i wielu innych.

Ponadto prowadzone są badania nad zastosowaniem teorii zbiorów przybliżonych nad rozpoznawaniem głosu, analizy obrazów, syntezy i diagnostyki układów cyfrowych, rozpoznawaniem pisma ręcznego, wyszukiwaniem informacji w oparciu o nieprecyzyjne dane, sterowania obiektami przemysłowymi i inne.

Warto dodać, że pewne prace w zakresie zastosowania teorii zbiorów przybliżonych prowadzone są między innymi w dużej lotniczej firmie amerykańskiej HUGHES, US Air Forces oraz NASA (National Space Agency, USA).

5. W Polsce badania w zakresie teorii i zastosowania zbiorów przybliżonych prowadzi Prof. Roman Słowinski oraz dr. Jerzy Stefanowski w Instytucie Informatyki Politechniki Poznańskiej, dr. Jerzy Kryszynski w Katedrze Technologii Farmaceutycznej Akademii Medycznej w Poznaniu, Doc. Krzysztof Słowinski w Klinice ... Akademii Medycznej w Poznaniu, Doc. Adam Mrozek w Instytucie Informatyki Teoretycznej i Stosowanej PAN w Gliwicach, dr. Zdzisław

Pisata w Instytucie Matematyki Politechniki Swietokrzkiej w Kielcach, Prof. Andrzej Skowron w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego oraz autor tegoz artykulu w Instytucie Informatyki Politechniki Warszawskiej oraz w Instytucie Informatyki Teoretycznej i Stosowanej PAN w Gliwicach.

Badania nad teoria zbiorow przyblizonych i jej zastosowaniami prowadzone w Polsce sa glownie finansowane w ramach grantow przez Komitet Badan Naukowych. Byloby rzecza pozyteczna gdyby udalo sie wlaczyc do finansowania badan w tym kierunku krajowe organizacje gospodarcze i przemysl.

Badania w zakresie zbiorow przyblizonych prowadzone sa rowniez w kilku krajach Europy oraz Chinach, Indiach, Japonii, Kanadzie i USA. Do tej pory ukazalo sie okolo 1000 prac naukowych z zakresu zbiorow przyblizonych, oraz dwie ksiazki. Odbyly sie tez dwie miedzynarodowe konferencje na temat zbiorow przyblizonych, pierwsza w 1992 w Kiekrzu pod Poznaniem, druga w 1993 roku w Banff (Kanada). W biezacym roku konferencja poswiecona zbiorom przyblizonym odbędzie sie w San Jose (USA), zas w 1995 prawdopodobnie w Chinach lub Japonii.

6. Teoria zbiorow przyblizonych, po kilkunastu latach swego istnienia, okazala sie interesujaca i uzyteczna propozycja. Przyciaga ona rosnaca liczbe teoretykow i praktykow z roznych stron swiata. Mimo, iz jest ona oparta na solidnych podstawach matematycznych wiele jej elementow wymaga dalszych badan teoretycznych oraz weryfikacji praktycznej. Rowniez dokladniejszego zbadania wymagaja jej zwiazki z innymi podejsciami do analizy niepewnych danych. Nie stanowi ona konkurencji dla statystyki, teorii zbiorow rozmytych czy teorii ewidencji a stanowi raczej ich uzupelnienie i jak sie wydaje ma ona znaczne perspektywy zastosowan w obszarach, ktorych wyzej wymienione teorie nie obejmuja.

Na zakonczenie uwaga natury "filozoficznej", nawiazujaca do motta podanego na poczatkku tego artykulu. Wybitny filozof i logik Bertrand Russell stwierdzil, ze najwazniejszym problem naszego wieku jest podejmowanie decyzji w warunkach niepewnosci. Byly to prorocze slowa, wypowiedziane na poczatkku tego stulecia, ktorych slusznosc i wage widac wyraznie dopiero dzis. Ponadto, niezaleznie od znaczenia praktycznego, podejmowanie decyzji w warunkach niepewnosci moze odegrac w przyszłym wieku taka role dla rozwoju matematyki jaka fizyka odegrala kilkaset lat temu.