ZDZISŁAW PAWL[illegible]
Zakładu Systemów Automatyki [illegible]
znanym w kraju i za granicą dzi[illegible]
i wykładom na kilkudziesięciu zagranicznych uniwersytetach.

W latach pięćdziesiątych opracował konstrukcję jednego z pierwszych komputerów w Polsce, opartą na nowej zasadzie przedstawiania liczb (System −2). Zajmuje się informatyką teoretyczną, ostatnio — metodami wnioskowania w warunkach niepełnej informacji (zaproponował nowe narzędzia matematyczne do tych badań — zbiory przybliżone).

O konfliktach — to teoriomnogościowe ujęcie sytuacji konfliktowych. Autor rozpatruje trzy rodzaje stosunków między obiektami oraz odpowiadające im relacje: przyjaźni, neutralności i konfliktu, podaje ogólne własności tej ostatniej. Odpowiada na najtrudniejsze elementarne pytania, formułując nietrywialne twierdzenia dotyczące genezy konfliktów oraz ich rozwoju.

Pokazany tu model może znaleźć zastosowanie w praktyce przy analizie rzeczywistych sytuacji konfliktowych, przy badaniu omawianych zależności na gruncie socjologii, psychologii, polityki, wojskowości, teorii marketingu itd. [illegible] Dają się łatwo symulować na komputerze, [illegible] komputerowych.

logos

Zdzisław Pawlak

O konfliktach

ZDZISŁAW PAWLAK

O KONFLIKTACH

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1987

Projekt okładki i stron tytułowych serii
STEFAN NARGIEŁŁO

Redaktor
EWA SZLESIŃSKA-ZIACH

Redaktor techniczny
MARIANNA WACHOWICZ

Korekta
ZESPÓŁ

ISBN 83-01-07381-0

Państwowe Wydawnictwo Naukowe
Wydanie pierwsze. Nakład 2000+200 egzemplarzy
Arkusz wydawniczych 3,25. Arkuszy drukarskich 4,5
Papier offsetowy sat. kl. IV 71 g, 61 × 86 cm
Oddano do składania w październiku 1986 r.
Podpisano do druku w sierpniu 1987 r.
Druk ukończono w sierpniu 1987 r.
Zamówienie nr 2122/86 D-15/1038 Cena zł 100,
Drukarnia Wyd. im. W. L. Anczyca w Krakowie

Wprowadzenie

Konflikty — to przede wszystkim domena polityków, generałów i psychologów, ale nie tylko. Z konfliktami spotyka się w życiu każdy, niemal na każdym kroku.

Celem niniejszego opracowania jest analiza sytuacji konfliktowych, przy czym nie będzie dla nas istotne, czy konflikty zachodzą między państwami, armiami, organizacjami (np. handlowymi), grupami społecznymi, czy też jednostkami. Nie będziemy się tu zajmować problemem, czym jest konflikt bądź sytuacja konfliktowa, zajmiemy się natomiast analizą rozwoju sytuacji konfliktowych oraz badaniem pewnych czynników (naszym zdaniem najważniejszych), od których ten rozwój zależy.

Punkt wyjścia naszych rozważań stanowi skończony zbiór obiektów, które mogą być ze sobą w przyjaźni, w konflikcie bądź być wobec siebie neutralne. Tym trzem rodzajom stosunków między obiektami przypiszemy relacje binarne, które nazwiemy — odpowiednio — relacjami przyjaźni, konfliktu i neutralności. Zbiór obiektów wraz z wymienionymi relacjami będziemy nazywać konfiguracją. Konfiguracja — to jak gdyby statyczna fotografia czy mapa stosunków zachodzących między obiektami.

Stosunki te możemy przejrzyście ilustrować za pomocą rysunku, na którym kółka reprezentują obiekty, linie zaś — odpowiedni rodzaj stosunków między obiektami, tj. przyjaźń, konflikt bądź neutralność. Ponieważ obiekty każdej pary muszą pozostawać wobec siebie w jednym z wyżej wspomnianych stosunków, więc graf stosunków, czyli konfiguracja, musi być pełny, tzn. między każdą parą punktów jest łuk odpowiedniego rodzaju. Dla uproszczenia nie będziemy zaznaczać relacji neutralności, ale tylko relacje przyjaźni oraz konfliktu. Tak więc na „mapie" stosunków między obiektami, czyli na grafie konfiguracji, wystąpią dwa rodzaje łuków: łuki odpowiadające przyjaźni oraz łuki odpowiadające konfliktom, które na rysunku mogą być rozmaicie wyróżniane graficznie, np. różnymi kolorami, różną grubością kreski itd. (na naszych rysunkach stosujemy to ostatnie wyróżnienie: linia gruba oznacza przyjaźń, linia cienka — konflikt).

Tak więc przedstawienie stosunków między obiektami w postaci grafu ma, z jednej strony, tę zaletę, że można stosunki te pokazać czytelnie w formie graficznej, z drugiej zaś — co znacznie bardziej ważne — stanowi ono wygodny punkt wyjścia badania matematycznego tego rodzaju stosunków. Podejście takie nie jest nowe — od dawna było stosowane w socjologii i psychologii [20]. Proponowane przez nas ujęcie, aczkolwiek wychodzi z takich samych założeń, różni się dość istotnie od tego typu badań socjologicznych czy psychologicznych. Wprowadzamy bowiem szereg czynników nie występujących w tamtych modelach, które to czynniki pozwalają udowodnić dość nieoczekiwane — jak się wydaje — twierdzenia.

Pierwsze z twierdzeń dotyczy rozwoju konfiguracji konfliktowych. Głosi ono mianowicie, że jeżeli dany jest pewien początkowy układ stosunków i jeżeli stosunki te będą się zmieniać według określonych reguł, to końcowy układ stosunków przybierze ściśle określoną postać, którą nazwaliśmy postacią normalną. Chodzi tu o to, że pewne obiekty łączą się w grupy i konflikty istnieją tylko między parami grup (niektóre grupy mogą być neutralne). Mówiąc jeszcze inaczej, twierdzenie o postaci normalnej głosi, że przy zachowaniu pewnych warunków konflikty, które można by nazwać lokalnymi, przekształcają się w konflikty totalne, takie jednak, że „wojny" są prowadzone jedynie między parami ugrupowań, tzn. nie istnieją

sytuacje, w których jednocześnie walczą ze sobą trzy ugrupowania. Otrzymany wynik wydaje się dość nieoczekiwany, choć zgodny z intuicją. Zagadnienia te są rozpatrywane w rozdziale pierwszym niniejszej książki.

Dalej zostaje wprowadzone pojęcie siły obiektu, po czym badane są zmiany sytuacji konfliktowej pod wpływem siły obiektów. Wprowadza się najpierw pojęcie strategii, która mówi, jak każdy obiekt dzieli swe siły, aby zwalczać swych przeciwników. Później wprowadza się pojęcia strategii zastraszania oraz równowagi strachu.

W sytuacji konfliktowej mówimy o równowadze strachu, jeżeli istnieje taka strategia (zastraszanie), przy której mogą się wzajemnie zniszczyć wszystkie obiekty będące w konflikcie.

Badanie równowagi strachu sprowadza się do badania istnienia rozwiązań odpowiedniego układu równań liniowych. Problematyka ta omawiana jest w rozdziale drugim niniejszej książki.

Wreszcie, ostatnie zagadnienie rozpatrywane w tej książce — to pytanie, dlaczego konflikty powstają. Przyjęto tu założenie, że celem każdej walki jest uzyskanie jakiejś wartości. W naszych rozważaniach problem ten znacznie upraszczamy i przyjmujemy, że wartość tę stanowi jakieś wymierne dobro materialne, a więc nie rozpatrujemy konfliktów, w których celem walki jest np. zwycięstwo pewnych idei, poglądów, wartości moralnych itp. (czy zresztą za pięknymi ideami nie kryją się często dość przyziemne interesy?). Dlatego też wartość, o którą toczy się walka, nazwaliśmy łupem.

Zostały przez nas przyjęte pewne zasady podziału łupu między zwycięzców; przeprowadziliśmy dowód twierdzenia nazwanego twierdzeniem smutnym (ze względu na jego pesymistyczny charakter), mówiącego, że przy odpowiedniej wielkości łupu dla niektórych obiektów korzystniejszy jest jego podział w warunkach wojennych aniżeli w pokojowych. Twierdzenie to wyjaśnia, skąd się biorą konflikty. Oczywiście, nie jest to ich źródło jedyne, ale innymi się tutaj nie zajmujemy.

Problematyka genezy konfliktów jest treścią rozdziału trzeciego naszej książki. Ten smutny rozdział kończy się jednak pewnym optymistycznym akcentem, okazuje się bowiem, że z punktu widzenia nie jednostki, ale całej grupy, najkorzystniejszy jest podział łupu w warunkach pokojowych. Niestety, tych, którzy większą korzyść przy podziale łupu mogliby odnieść walcząc o niego, a nie dzieląc się sprawiedliwie z innymi, trudno byłoby przekonać, że postępują nieładnie, że powinni działać sprawiedliwie, chociażby mieli na tym osobiście stracić . Niełatwo byłoby ich przekonać, iż wtedy nagrodę stanowiłoby dla nich dobro wszystkich.

Tego, co powiedziane wyżej, nie należy uważać za wykład moralności, ale za proste wnioski matematyczne z przyjętego modelu sytuacji konfliktowych.

Zaproponowany tu model sytuacji konfliktowych jest bardzo prosty, jednakże wynikające z niego wnioski nie wydają się banalne. Model ten zresztą może zostać wzbogacony i, jak się wydaje, może stać się o wiele bardziej użyteczny. Pewne prace w tym kierunku podjął W. Żakowski [23–35], co wskazuje na znaczne możliwości tego rodzaju podejścia.

Przedstawione w niniejszej książce idee były podane po raz pierwszy w mojej pracy z 1981 roku [18], a później zostały przeze mnie zmodyfikowane[19].

Na zakończenie rozważań wstępnych warto wspomnieć o stosunku omawianego tutaj modelu do teorii gier. Wydaje się, że jakkolwiek widać pewne podobieństwo, to jednak te dwa podejścia różnią się od siebie dość istotnie. Oczywiście, teoria gier obejmuje znacznie szerszy zakres sytuacji konfliktowych aniżeli dyskutowany tu model, ten z kolei chyba nie mieści się dobrze w teorii gier. Sprawa ta nie jest jeszcze jednak dokładnie zbadana (zob. A. Wiweger [22]).

Wspomnijmy ponadto, że opisywany tu model daje się łatwo symulować na komputerze; może mieć praktyczne znaczenie nie tylko przy analizowaniu rzeczywistych sytuacji konfliktowych, ale również jako punkt wyjścia do gier komputerowych, podobnych do Conwayowskiej gry „*life*".

Do czytania tej książeczki konieczna jest znajomość elementów teorii mnogości w zakresie szkoły średniej. Czytelnik, nie znający potrzebnych pojęć matematycznych, znajdzie ich wyjaśnienie w literaturze specjalistycznej.

Szereg cennych uwag odnośnie do pierwszej wersji niniejszej pracy zawdzięczam dr. Tadeuszowi Bromkowi i doc. Henrykowi Burladze — za co Im bardzo dziękuję.

Prof. Jerzemu Łosiowi oraz doc. Andrzejowi Wieczorkowi wdzięczny jestem szczególnie za umożliwienie mi przedstawienia i szczegółowej dyskusji omawianych tu koncepcji na prowadzonym przez Nich seminarium.

Dziękuję prof. Wojciechowi Żakowskiemu, który zechciał zapoznać się z maszynopisem *O konfliktach*, za wiele szczegółowych uwag, niezwykle pomocnych przy opracowaniu ostatecznej wersji tej książeczki, a także za wiele cennych dyskusji dotyczących poruszanej tu tematyki.

Chciałbym także podziękować dr. Wojciechowi Buszkowskiemu za wytknięcie mi pewnych nieścisłości i błędów w maszynopisie mej pracy.

Pragnąłbym również wyrazić podziękowania wszystkim tym, którzy dostarczyli mi materiału do badań, co umożliwiło stworzenie przedstawionego tu modelu. Lista ich jest jednak zbyt długa, abym mógł ją przytoczyć w całości.

Z. P.

1. Co to jest konflikt?

Niestety, na pytanie postawione w tytule niniejszego rozdziału nie damy odpowiedzi. Nie będziemy się tu bowiem zajmować problemem, czym jest *konflikt* — zajmiemy się raczej strukturą konfliktów. Zresztą z konfliktami człowiek ma do czynienia od kolebki aż po grób i wiadomo, co każdy ma na myśli, mówiąc o konflikcie. Powiedzmy jedynie, że konflikty mogą występować między osobami, grupami osób, instytucjami, firmami, państwami itp. Z naszego punktu widzenia nie będzie odgrywało roli, czym są strony konfliktu — osobami, państwami, firmami czy też czymkolwiek innym — dlatego w dalszym ciągu będziemy mówili o *obiektach* będących lub też nie będących w konflikcie. Obiekty możemy zaś interpretować jako osoby, instytucje, państwa itp.

W rozdziale tym zajmiemy się analizą stosunków między obiektami, co będzie stanowiło punkt wyjścia naszych dalszych rozważań.

1.1. KONFIGURACJE

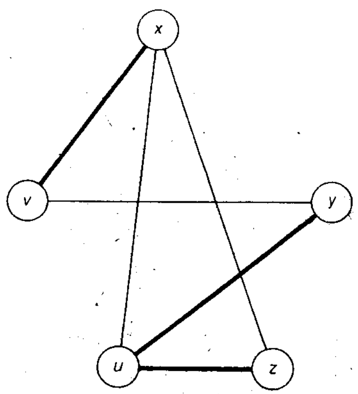
Pan x nie lubi pana y (i odwrotnie), natomiast pan x jest w bardzo dobrych stosunkach z panem z, stosunki zaś pana x z panem u są obojętne. W sytuacji takiej będziemy mówili, że panowie x i y są w *konflikcie*, panowie x i z — w *przyjaźni*, panowie x i u zaś są wzajemnie *neutralni*.

Dalej rozważymy trzy rodzaje stosunków między obiektami: *konflikt*, *przyjaźń* i *neutralność*.

W przypadku konfliktu obiekty wzajemnie się *zwalczają*, w przypadku przyjaźni — *popierają*, w przypadku zaś neutralności — są sobie *obojętne*.

Jak powiedzieliśmy już we *Wprowadzeniu*, owe stosunki między obiektami można przedstawić graficznie w następujący sposób: obiekty oznaczamy kółkami; jeżeli obiekty x i y są w konflikcie, oznaczające je kółka łączymy linią cienką, gdy są w przyjaźni — linią grubą, gdy zaś są neutralne — w ogóle ich nie łączymy.

Stosunki między obiektami możemy zatem przedstawić tak, jak np. na rys. 1. Z rysunku tego da się odczytać jednoznacznie, jakie stosunki zachodzą między dowolnymi obiektami.



Rysunek 1

Ogół wszystkich stosunków między obiektami będziemy nazywać *konfiguracją*.

Rys. 1 jest graficzną reprezentacją pewnej konfiguracji zachodzącej między obiektami: x, y, z, u, v.

1.2. NIECO MATEMATYKI

To, co powiedziano w poprzednim podrozdziale, może być przedstawione nieco ściślej i zwięźlej za pomocą bardzo prostej notacji matematycznej.

Dany jest zbiór (oczywiście — skończony) obiektów X oraz funkcja φ, która każdej parze obiektów przyporządkowuje liczbę $+1, 0$ albo -1. Powiemy, że: jeśli $\varphi(x, y) = +1$, to x, y są w *przyjaźni*; jeżeli $\varphi(x, y) = -1$, to x, y są w *konflikcie*; gdy zaś $\varphi(x, y) = 0$, to x, y są *neutralne*.

Oczywiście, między dowolną parą obiektów może zachodzić tylko jeden ze stosunków, a mianowicie bądź konflikt, bądź przyjaźń, bądź też neutralność. Nie może być tak np., że dwa obiekty są jednocześnie i w przyjaźni, i w konflikcie.

Ponadto przyjmujemy, że wszystkie trzy omawiane tutaj stosunki są *symetryczne* (*Jak Kuba Bogu, tak Bóg Kubie*), tj.:

$$\varphi(x, y) = \varphi(y, x),$$

dla dowolnych obiektów $x, y \in X$.

Oczywiście, „naprawdę" nie zawsze musi być tak, że jeżeli x jest w przyjaźni z y, to i y jest w przyjaźni z x (*Ja do niego chlebem, a on we mnie kamieniem*). Warunek ten przyjęliśmy dla uproszczenia rozważań.

Przyjmiemy również, że spełniony jest warunek:

$$\varphi(x, x) = +1,$$

dla każdego obiektu $x \in X$, chociaż psychiatra mógłby zapewne podać wiele przykładów niespełnienia tego warunku. Normalnie jednak każdy sprzyja samemu sobie, choć zdarza się czasem, iż niektórzy popadają w konflikt z sobą samym.

Tak więc przyjmiemy, że funkcja φ spełnia dwa następujące warunki:

(1) $$\varphi(x, x) = +1,$$

(2) $$\varphi(x, y) = \varphi(y, x),$$

dla dowolnych obiektów $x, y \in X$.

Pojęcie *konfiguracji*, podane w poprzednim paragrafie, możemy teraz wyrazić jako parę:

$$C = (X, \varphi).$$

A zatem konfiguracja jest to zbiór obiektów X oraz funkcja przedstawiająca zachodzące między tymi obiektami stosunki.

1.3. WSPÓŁDZIAŁANIE, KONFLIKT, NEUTRALNOŚĆ

Jak stwierdziliśmy już poprzednio, każda konfiguracja wyznacza trzy relacje: konfliktu, przyjaźni (współdziałania) i neutralności. Sformułujemy to nieco ściślej.

Jeżeli $C = (X, \varphi)$ jest *konfiguracją*, to C wyznacza trzy relacje binarne w zbiorze X, oznaczane — odpowiednio — przez: R^-, R^+, R^0, zdefiniowane w następujący sposób:

$R^-(x, y)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\varphi(x, y) = -1$;
$R^+(x, y)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\varphi(x, y) = +1$;
$R^0(x, y)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\varphi(x, y) = 0$

Tak więc, zamiast posługiwać się w celu określenia konfiguracji pojęciem zbioru X i funkcji φ, możemy zdefiniować konfigurację C jako zbiór X i trzy relacje: R^+, R^-, R^0, tj. pisać: $C = (X, R^+, R^-, R^0)$.

Czasem wygodniej jest przyjmować pierwszą, czasem — drugą definicję konfiguracji. W zależności od potrzeb będziemy się zatem posługiwać bądź pierwszą, bądź drugą z nich.

Konfigurację taką, że relacja konfliktu R^- jest w niej pusta (tzn. konflikty w niej nie istnieją), nazwiemy konfiguracją *bezkonfliktową*; w przeciwnym przypadku konfiguracja jest *konfliktowa.*

Ponieważ relacje można przedstawiać w postaci grafów, więc w naszym przypadku konfiguracje możemy też utożsamiać z grafem relacji: R^+, R^-, R^0, a ściślej — z grafem sumy relacji: $R^+ \cup R^-$. Dla uproszczenia pominęliśmy tutaj graf relacji R^0.

Mówiąc jeszcze inaczej, konfiguracje można utożsamiać z grafami o dwóch rodzajach łuków (np. na naszych rysunkach linie grube oznaczają przyjaźń, cienkie zaś — konflikt).

Takie wizualne przedstawienie konfiguracji bywa czasem bardzo wygodne, łatwo bowiem wtedy spostrzec różne własności konfiguracji, które w innym przypadku nie są zauważalne od razu.

1.4. KONFIGURACJE MOGĄ SIĘ ZMIENIAĆ

Panowie x i y byli w wielkiej przyjaźni: $(R^+(x, y))$, ale pojawiła się pewna pani i panowie x, y, z jej powodu, znaleźli się w konflikcie: $(R^-(x, y))$.

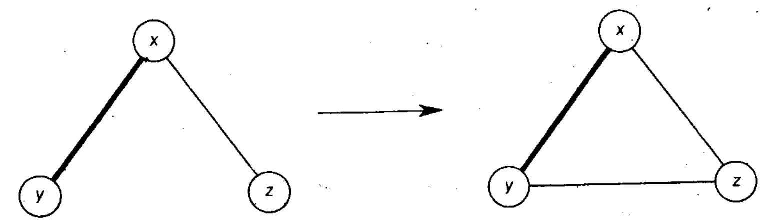
Konfiguracje mogą się zmieniać! Raz obiekty x, y mogą być w przyjaźni, innym razem — w konflikcie, a jeszcze innym razem mogą być wobec siebie neutralne. Odpowiada to zmianie grafu konfiguracji, polegającej na dodawaniu, usuwaniu bądź zamianie łuków w grafie (na rysunku linii cienkiej na grubą czy odwrotnie). Co więcej, może również przybywać lub ubywać obiektów w nowej konfiguracji!

W dalszym ciągu będziemy próbowali odpowiedzieć na pytanie, jak i dlaczego mogą się zmieniać konfiguracje. Dla uproszczenia nie będziemy jednakże rozpatrywali wszelkich możliwych zmian konfiguracji, ale tylko określone — te, które z pewnych powodów będą dla nas interesujące.

Na początku przyjmiemy, że zmiany konfiguracji mogą polegać jedynie na zastąpieniu neutralności konfliktem bądź przyjaźnią — nie dopuszczamy zaś zmiany w układach istniejących już przyjaźni i konfliktów.

Odpowiada to dodawaniu do grafu konfiguracji nowych krawędzi. Niedopuszczalna jest natomiast zamiana lub usuwanie krawędzi już istniejących w grafie.

Takie zmiany konfiguracji będziemy nazywać *rozszerzeniem* konfiguracji. Przykład takiego rozszerzenia pokazany jest na rys. 2.



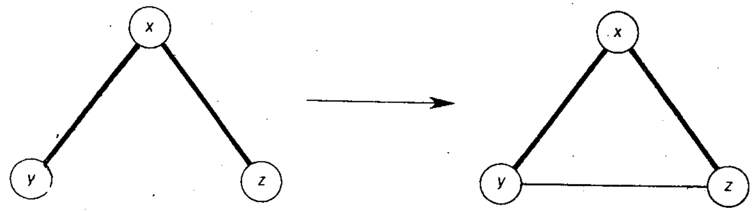
Rysunek 2

Rysunek ten ze względu na swą oczywistość nie wymaga komentarza.

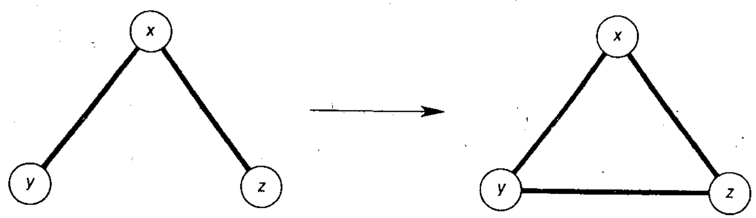
1.5. PRZYJACIEL MOJEGO PRZYJACIELA JEST MOIM PRZYJACIELEM

Konfiguracje rozszerzają się pod wpływem różnych czynników. Jednym z nich mogą być pewne zasady (moralne? pragmatyczne?). Na przykład zasadę taką może stanowić maksyma podana w tytule niniejszego podrozdziału. Jeżeli konfiguracja ma się rozszerzać z zachowaniem tej zasady, to np. rozszerzenie, jakie pokazano na rys. 3, nie jest możliwe (następuje pogwałcenie przyjętej zasady).

Dopuszcza się jedynie rozszerzenie pokazane na rys. 4.



Rysunek 3



Rysunek 4

Obiekty nautralne y, z, jeżeli omawiana zasada ma być zachowana, powinny pozostawać w relacji przyjaźni.

Warunek: *Przyjaciel mojego przyjaciela jest moim przyjacielem* oznacza *przechodniość* relacji przyjaźni. Przyjmując go, zakładamy, że:

Jeżeli $R^+(x, y)$ oraz $R^+(y, z)$, to $R^+(x, z)$.

Zgodnie z przyjętymi poprzednio założeniami relacja przyjaźni jest ponadto *zwrotna* i *symetryczna*, tj.:

(A1) $R^+(x, x)$ (zwrotność);

(A2) Jeżeli $R^+(x, y)$, to $R^+(y, x)$ (symetria).

Jeżeli relacja przyjaźni jest również *przechodnia*, tj. spełnia warunek:

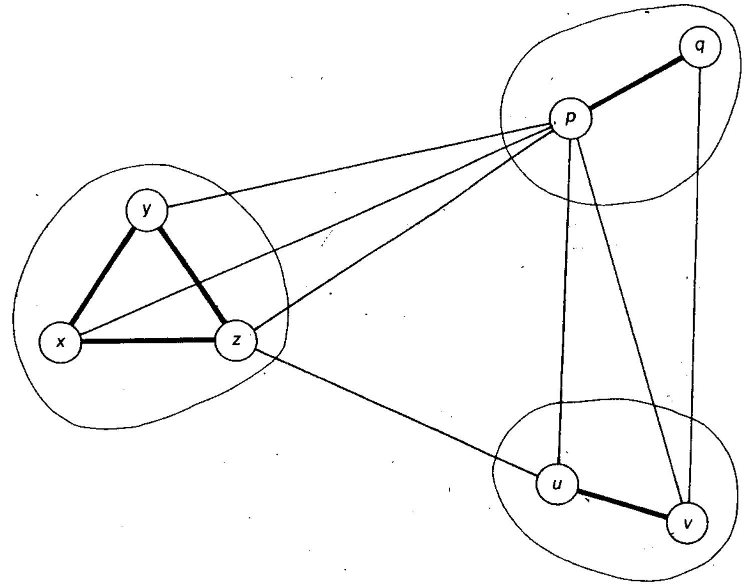
(A3) Jeżeli $R^+(x, y)$ oraz $R^+(y, z)$, to $R^+(x, z)$,

to powiemy, że relacja ta jest *regularna*; w przeciwnym przypadku relacja R^+ jest *nieregularna*.

Oczywiście, relacja regularna jest relacją *równoważności*. Znaczy to, że relacja regularna przyjaźni dzieli zbiór wszystkich obiektów na bloki, które będziemy nazywać *klikami*. Bloki te są wzajemnie rozłączne, a ich suma stanowi cały zbiór obiektów X. W jednej klice wszyscy się — co oczywiste — wzajemnie popierają (są w relacji przyjaźni). Tak więc warunek przechodniości relacji przyjaźni jest „odpowiedzialny" za tworzenie się klik! Jeżeli warunek ten nie zajdzie, to relacja przyjaźni nie będzie relacją równoważności i nie dokona podziału wszystkich obiektów na kliki.

Wnioski praktyczne z tej obserwacji pozostawiamy Czytelnikowi.

Przykład regularnej relacji przyjaźni pokazany został na rys. 5.



Rysunek 5

W konfiguracji tej istnieją trzy kliki: (x, y, z), (u, v), (p, q). Każdą parę elementów z jednej kliki łączy przyjaźń, natomiast między obiektami z różnych klik przyjaźnie nie występują.

1.6. WRÓG MOJEGO WROGA JEST MOIM PRZYJACIELEM

Tytuł tego podrozdziału — to przysłowie arabskie. Daje ono wskazówkę praktyczną, mówiąc, że celem zwalczania swego wroga warto być w koalicji z jego wrogami.
Zasadę: *Wróg mojego wroga jest moim przyjacielem* możemy zapisać symbolicznie w następujący sposób.

Jeżeli $R^-(x, y)$ oraz $R^-(y, z)$, to $R^+(x, z)$.

Nie jest to, oczywiście, zasada przechodniości dla relacji konfliktu.
Przyjmijmy ponadto dwie niżej podane równoważne zasady. Pierwsza z nich brzmi następująco:

Przyjaciel mojego wroga jest moim wrogiem.

Możemy to zapisać jak niżej:

Jeżeli $R^-(x, y)$ oraz $R^+(y, z)$, to $R^-(x, z)$.

Druga zasada ma postać:

Wróg mojego przyjaciela jest moim wrogiem.

Tę zasadę zapiszemy jak następuje:

Jeżeli $R^+(x, y)$ oraz $R^-(y, z)$, to $R^-(x, z)$.

Z poprzednich założeń wynika, że relacja konfliktu ma następujące własności:

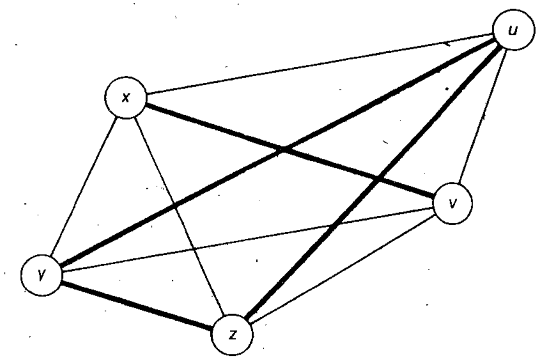
(B1) $\sim R^-(x, x)$ (antyzwrotność);
(B2) Jeżeli $R^-(x, y)$, to $R^-(y, x)$ (symetria).

Jeżeli przyjmiemy ponadto, że spełniona jest zależność:

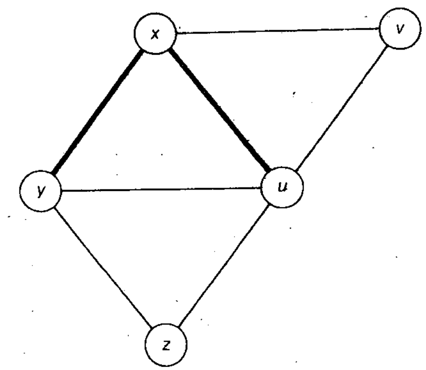
(B3) Jeżeli $R^-(x, y)$ oraz $R^-(y, z)$, to $R^+(x, z)$,

to powiemy, iż relacja konfliktu R^- jest *regularna.*

Przykład regularnej relacji konfliktu pokazano na rys. 6. Na rys. 7 pokazana została natomiast relacja konfliktu, która nie jest regularna, gdyż: $R^-(x, y)$ oraz, jednocześnie, $R^-(z, u)$, nie zachodzi natomiast $R^+(x, y)$.



Rysunek 6



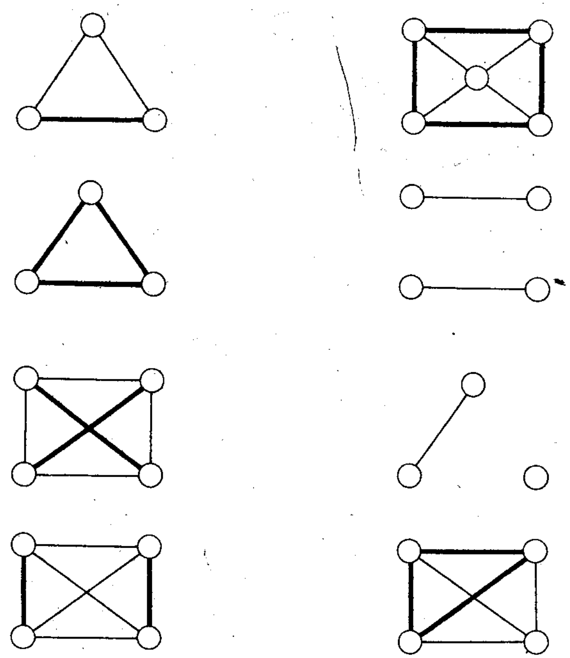
Rysunek 7

Interesujące dwie interpretacje wymienionych tu aksjomatów podał A. Kanczewski [9,10], a mianowicie geometryczną oraz elektrostatyczną. Jeżeli obiekty interpretować jako linie proste, relacje współdziałania — jako równoległość linii, relacje konfliktu zaś — jako ich prostopadłość, to również w geometrii euklidesowej będą spełnione podane tutaj aksjomaty. Aksjomaty te są także spełnione, gdy obiekty interpretować jako ładunki elektryczne, relacje współdziałania — jako przyciąganie ładunków elektrycznych, relacje konfliktu zaś — jako ich odpychanie.

1.7. KONFIGURACJE REGULARNE

Jeżeli w konfiguracji relacje przyjaźni i konfliktu są regularne, to nazwiemy ją *regularną*; w przeciwnym przypadku konfiguracja jest *nieregularna*.

Przykłady konfiguracji regularnych pokazane zostały na rys. 8, Dla uproszczenia pominęliśmy na tym rysunku oznaczenie obiektów literami.

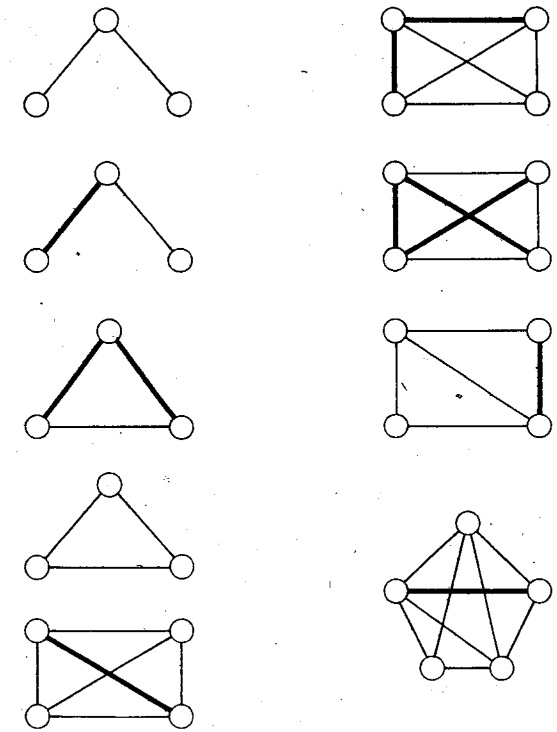


Rysunek 8

Rys. 9 zawiera przykłady konfiguracji nieregularnych (zob. s. 21).

Podane konfiguracje są bardzo proste — obejmują zaledwie kilka obiektów. Można sobie wyobrazić konfiguracje zawierające znacznie większą liczbę obiektów.

Czytelnikowi zalecamy jako ćwiczenie narysowanie konfiguracji stosunków panujących wśród znajomych, w miejscu pracy, czy też stosunków między różnymi państwami.



Rysunek 9

1.8. ROZSZERZENIA WOLNE I WYMUSZONE

Konfiguracje — to jakby mapy stosunków międzyludzkich, międzynarodowych, handlowych itp.

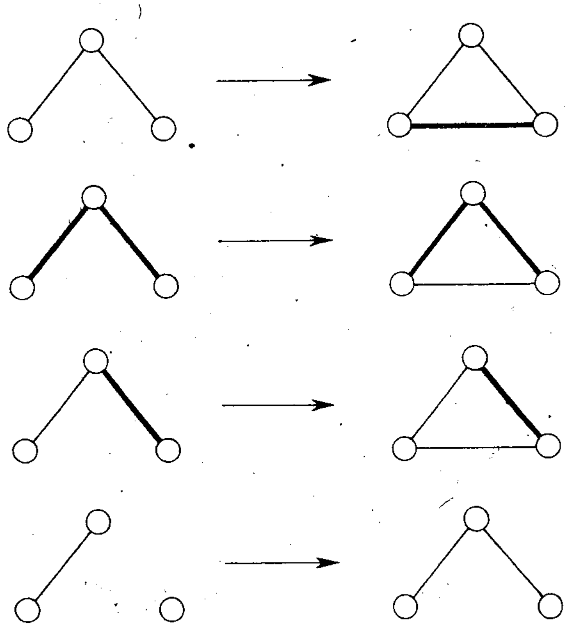
Stosunki te mogą, rzecz jasna, ulegać zmianie. Obecnie sprawą tą zajmiemy się nieco dokładniej. W tym celu wprowadzimy najpierw niezbędne pojęcia.

Będziemy mówili, że konfiguracja $C' = (X, \varphi')$ jest *rozszerzeniem* konfiguracji $C = (X, \varphi)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\varphi(x, y) = +1$ pociąga $\varphi'(x, y) = +1$ oraz $\varphi(x, y) = -1$ pociąga $\varphi'(x, y) = -1$.

Rozszerzenie konfiguracji $C = (X, \varphi)$ polega więc na tym, że obiekty, które są wobec siebie neutralne, mogą przestać być neutralne i znaleźć się w konflikcie lub w przyjaźni, natomiast obiekty, które są w konflikcie lub przyjaźni w tej konfiguracji, nie zmieniają swego wzajemnego stosunku.

Jest to, oczywiście, szczególny przypadek zmiany konfiguracji, gdyż w rzeczywistości obiekty pozostające w relacji przyjaźni np. mogą przejść do konfliktu bądź neutralności. Dla uproszczenia takich sytuacji nie będziemy tu rozpatrywali.

Przykłady rozszerzeń konfiguracji pokazane są na rys. 10. Graf znajdujący się po prawej stronie strzałki stanowi rozszerzenie grafu znajdującego się po lewej stronie strzałki.



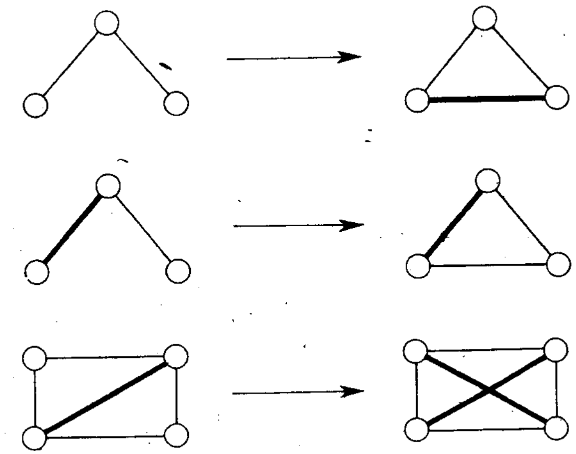
Rysunek 10

Będziemy rozróżniali dwa rodzaje rozszerzeń: rozszerzenia *wymuszone* i rozszerzenia *wolne*.

Rozszerzeniem *wymuszonym* konfiguracji $C = (X, \varphi)$ nazwiemy najmniejsze (w sensie zawierania) regularne rozszerzenie $\bar{C} = (X, \bar{\varphi})$.

Przykłady rozszerzeń wymuszonych pokazano na rys. 11 (zob. s. 23).

Rozszerzenia wymuszone polegają zatem na takim zastąpieniu neutralności przyjaźnią czy konfliktem, aby spełnione były zasady (A3) i (B3) (zasady regularności); chodzi tu jednocześnie o „najmniejsze" takie zastąpienie neutralności konfliktami bądź przyjaźniami, które daje konfigurację regularną. To znaczy idzie nam o otrzymanie z danej konfiguracji konfiguracji regularnej za pomocą możliwie najmniejszej

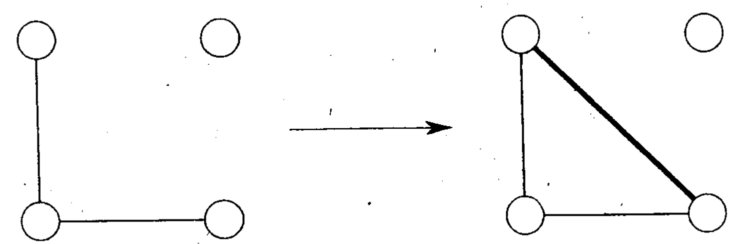


Rysunek 11

liczby zastąpień stosunku neutralności stosunkiem konfliktu bądź przyjaźni.

Na rys. 12 pokazano rozszerzenie wymuszone.

Konfiguracja po prawej stronie strzałki jest najmniejszą konfiguracją regularną, otrzymaną z konfiguracji występującej po lewej stronie strzałki.

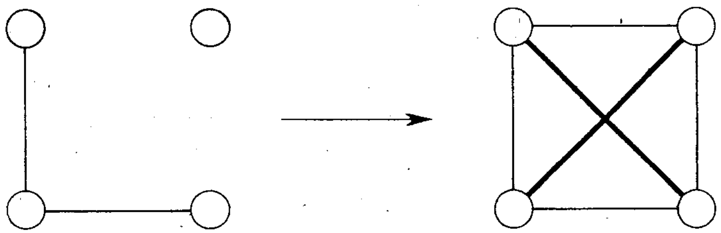


Rysunek 12

Na rys. 13 z tej samej konfiguracji otrzymujemy również konfigurację regularną. Ponieważ jednak nie jest to rozszerzenie minimalne, tak otrzymana konfiguracja nie jest rozszerzeniem wymuszonym konfiguracji występującej po lewej stronie strzałki.

Oczywiście, o ile konfiguracja $C = (X, \varphi)$ jest już regularna, to jej rozszerzenie wymuszone stanowi ona sama.

Zauważmy jeszcze, że istnieje zawsze tylko jedno rozszerzenie wymuszone. Gdybyśmy nie żądali, aby było to najmniejsze rozszerzenie,



Rysunek 13

moglibyśmy otrzymać wynik niejednoznaczny. Na przykład na rys. 14 pokazano dwa możliwe rozszerzenia regularne konfiguracji. Nie są one, oczywiście, minimalne.

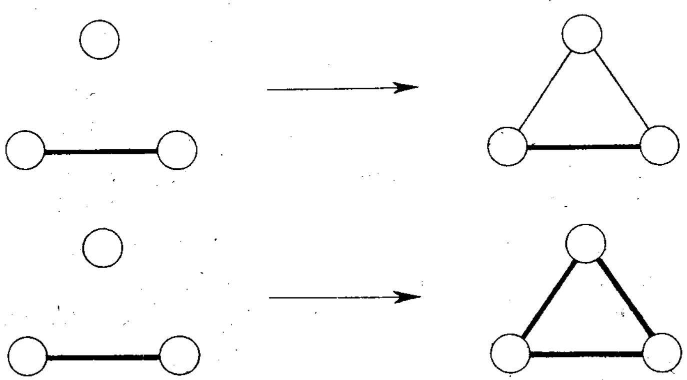
Rozszerzenie wymuszone w przypadku konfiguracji nieregularnej prowadzi do nowej konfiguracji, w której są już spełnione zasady (A3) i (B3), a więc do stworzenia konfiguracji w pewnym sensie stabilnej. Rozszerzenie wymuszone jest więc jakby konfiguracją powstałą z konfiguracji nieregularnej przez wymuszenie przestrzegania pewnych zasad (w naszym przypadku (A3) i (B3)).

Przejdźmy teraz do rozszerzenia wolnego konfiguracji.

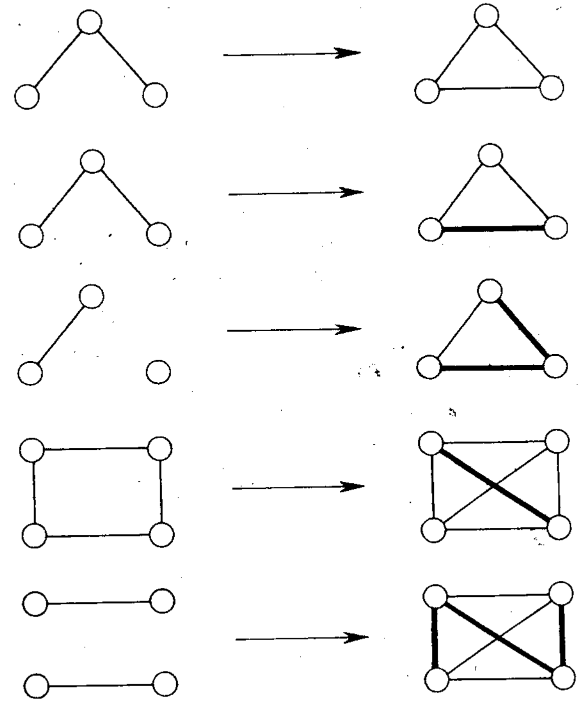
Powiemy, że konfiguracja $C' = (X, \varphi')$ jest rozszerzeniem *wolnym* konfiguracji $C = (X, \varphi)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $C' = (X, \varphi')$ jest rozszerzeniem $C = (X, \varphi)$ i $C' = (X, \varphi')$ nie jest rozszerzeniem wymuszonym $C = (X, \varphi)$.

Przykłady rozszerzeń wolnych pokazano na rys. 15 (zob. s. 25).

Zauważmy, że w wyniku wolnego rozszerzania konfiguracji możemy otrzymać tak konfiguracje regularne, jak i nieregularne.



Rysunek 14



Rysunek 15

Rozszerzenie konfiguracji odpowiada więc rozwojowi stosunków między obiektami. Nie interesujemy się w tej chwili tym, jakie czynniki powodują zmianę owych stosunków, ale jedynie tym, jak takie stosunki mogą ulegać zmianie.

W szczególności jest dla nas interesujące, jak wpływa na rozwój stosunków przestrzeganie (bądź nieprzestrzeganie) pewnych zasad — w naszym przypadku zasad (A3) i (B3).

Przede wszystkim powstaje pytanie, czy jeżeli mamy zupełnie dowolną konfigurację, to zawsze można w jej rozwoju przestrzegać zasad (A3) i (B3) czy też nie, oraz czy przestrzeganie tych zasad (gdy to jest możliwe) ma wpływ na ostateczny kształt stosunków; czy przestrzeganie zasad (A3) i (B3) prowadzi do powstania pewnych określonych konfiguracji, nieprzestrzeganie ich zaś — nie!

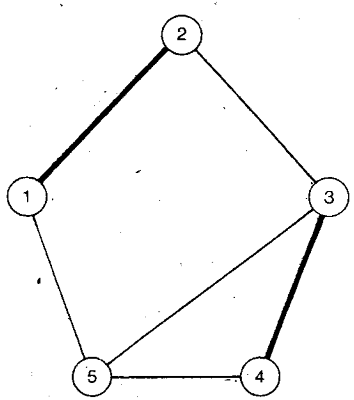
Szczegółową analizą tego problemu zajmiemy się w następnym podrozdziale.

1.9. PIERWSZE POWAŻNE TWIERDZENIE

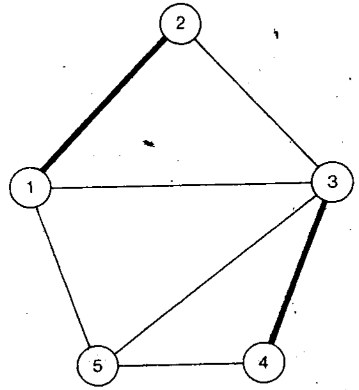
Zanim przystąpimy do szczegółowej analizy problemu poruszonego na końcu poprzedniego podrozdziału, podamy prosty przykład ilustrujący rozpatrywane zagadnienie.

Rys. 16 przedstawia pewną konfigurację.

Pomyślmy, jak konfiguracja ta może się zmieniać. Jeżeli chcemy, by zmieniała się ona z zachowaniem zasad (A3) i (B3), to obiekty 1 i 3 powinny znaleźć się w konflikcie (dla zachowania zasady (B3)), jak to pokazano na rys. 17. Wtedy jednakże obiekty 1, 3 i 5 nie spełniają tej zasady, a więc obiekty 1 i 3 nie mogą znajdować się w konflikcie.



Rysunek 16



Rysunek 17

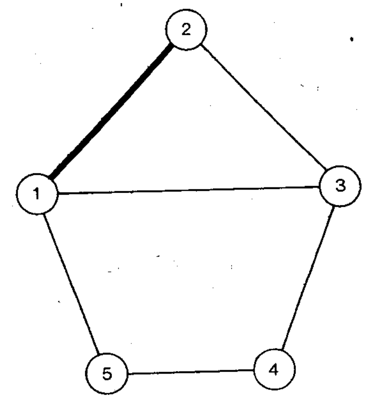
Oczywiście, obiekty 1, 3 nie mogą również być w przyjaźni, gdyż wtedy nie byłaby spełniona zasada (A3) (lub (B3)).

Konfiguracji tej nie da się więc rozszerzyć zgodnie z zasadami (A3) i (B3), ponieważ przy jej rozszerzaniu popadniemy zawsze w sprzeczność z tymi zasadami.

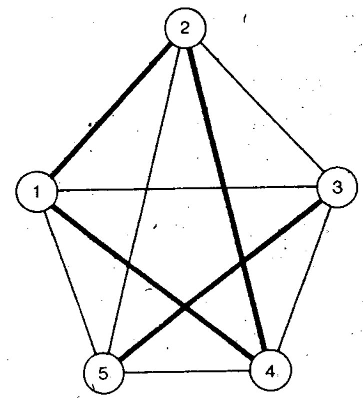
Gdybyśmy natomiast spróbowali zgodnie z zasadami (A3) i (B3) rozszerzyć konfigurację pokazaną na rys. 18 (zob. s. 27), okaże się to możliwe bez gwałcenia tych zasad — tak jak pokazano na rys. 19 (zob. s. 27).

A więc czasem przestrzeganie reguł (A3) i (B3) jest możliwe przy rozszerzaniu konfiguracji, czasem zaś — nie!

Własność tę sformułujemy ogólnie w postaci następującego twierdzenia:



Rysunek 18



Rysunek 19

● **Twierdzenie 1**

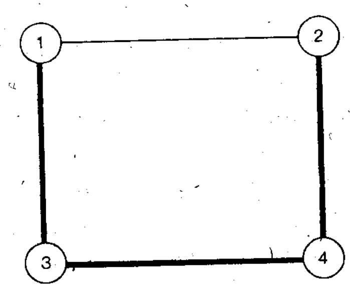
Konfiguracja ma rozszerzenie wymuszone wtedy i tylko wtedy, gdy nie zawiera ona pętli z nieparzystą liczbą konfliktów.

Właśnie dlatego konfiguracja pokazana na rys. 16 (zob. s. 26) nie mogła być rozszerzona w sposób wymuszony, że zawiera ona pętlę: 1, 2, 3, 4, 5, z trzema konfliktami: (2, 3), (4, 5), (1, 5); ponadto istnieje tu też druga pętla: 1, 2, 3, 5, z trzema konfliktami (2, 3), (3, 5), (5, 1).

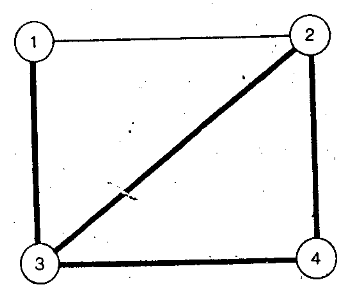
Natomiast konfiguracja przedstawiona na rys. 18 takiej pętli nie zawiera, toteż jej rozszerzenie wymuszone było możliwe.

Jeszcze inny, prostszy przykład pokazany jest na rys. 20.

Załóżmy, że mamy konfigurację, w której występuje pętla, jak na rys. 20, a więc pętla o nieparzystej liczbie konfliktów (jeden konflikt (1, 2)). Zgodnie z regułą (A3) obiekty 2 i 3 powinny pozostawać w relacji



Rysunek 20



Rysunek 21

przyjaźni, jak to pokazano na rys. 21. Jednakże wtedy obiekty 1, 2, 3 nie spełniają warunku (A3) (lub (B3)), a więc sytuacji tej nie da się rozszerzyć zgodnie z regułami (A3) i (B3).

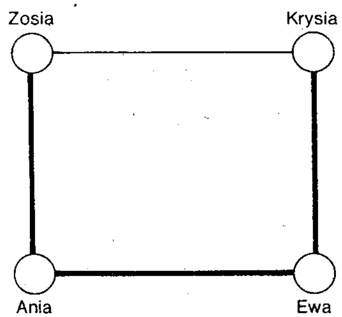
Konfiguracji zawierającej pętlę z nieparzystą liczbą konfliktów nie da się więc rozszerzyć zgodnie z regułami (A3) i (B3), gdyż gdy działamy tak, aby jedna z owych reguł była spełniona, okazuje się, że nie może być spełniona druga, i popadamy w sprzeczność!

Rozważmy jeszcze raz, w sposób bardziej konkretny, ostatni przykład, a mianowicie rozpatrzmy stosunki między czterema paniami: Zosią, Anią, Ewą, i Krysią. Panie: Zosia i Ania, Ania i Ewa oraz Ewa i Krysia są przyjaciółkami, natomiast panie Zosia i Krysia są w konflikcie. Pokazano to na rys. 22.

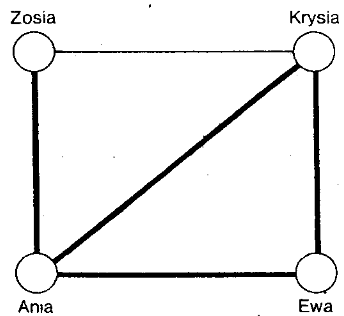
Ewa mówi do Ani:

„Mam wyśmienitą przyjaciółkę Krysię. Na pewno ci się spodoba. Warto, abyście się zaprzyjaźniły."

Tę sytuację przedstawia rys. 23.



Rysunek 22



Rysunek 23

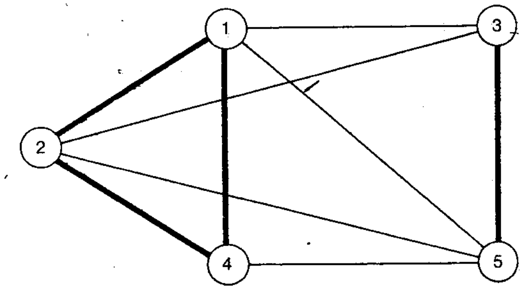
Ania chętnie zaprzyjaźniłaby się z Krysią, jednakże jej przyjaciółka Zosia nie byłaby z tej przyjaźni zadowolona, gdyż Krysi nie lubi i nie chciałaby, aby jej przyjaciółka Ania była z nią w przyjaźni. Cóż więc ma zrobić biedna Ania? Jeśli spełni życzenie Ewy, narazi się Zosi, i odwrotnie. Mamy więc tutaj pewnego rodzaju błędne koło!

Co wydaje się dziwne, sytuacje takie występują tylko wtedy, gdy w stosunkach mamy pętlę z nieparzystą liczbą konfliktów! Gdy pętli takiej nie ma, sprzeczności tego rodzaju powstawać nie będą.

1.10. POSTAĆ NORMALNA KONFIGURACJI REGULARNYCH

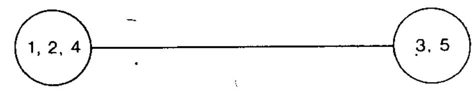
Przyjrzyjmy się obecnie bliżej, czym są konfiguracje regularne.

Rozpatrzmy najpierw prosty przykład. Narysujmy konfigurację regularną pokazaną na rys. 19 (zob. s. 27) w nieco innej postaci (rys. 24).



Rysunek 24

Na rys. 24 wyraźnie widać że w konfiguracji tej występują dwie kliki, a mianowicie (1, 2, 4) i (3, 5), oraz że każdy obiekt jednej kliki jest w konflikcie z każdym elementem drugiej, tj. obie kliki pozostają w konflikcie *totalnym*. Zamiast jak na rys. 24, możemy konfiguracje te przedstawić tak, jak to pokazano na rys 25.



Rysunek 25

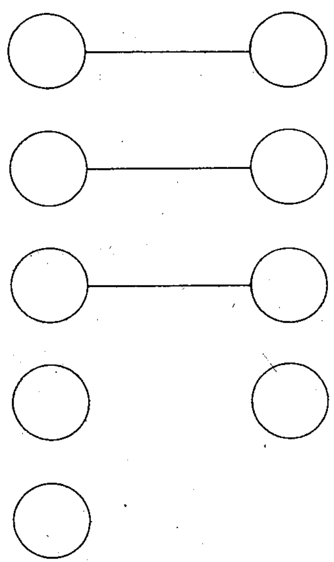
Mamy więc tutaj konflikty między dwiema klikami. Punkty grafu reprezentują tu kliki (a nie — pojedyncze obiekty, jak poprzednio), w kółkach zaś podano obiekty wchodzące w skład każdej kliki. Kliki owe połączone są linią przedstawiającą konflikt, co oznacza, że wszystkie elementy jednej kliki są w konflikcie ze wszystkimi elementami drugiej!

Podobną własność mają dowolne konfiguracje regularne. Wysłowimy to w postaci następującego twierdzenia:

Twierdzenie 2

Każdy spójny maksymalny podgraf konfiguracji regularnej jest bądź kliką neutralną, bądź parą klik znajdujących się w konflikcie totalnym.

Powyższe twierdzenie mówi, że każdą konfigurację regularną możemy przedstawić jako pewną liczbę niezależnych „wojen" między parami klik, i — ewentualnie — z pewnymi klikami neutralnymi, jak to pokazano na rys. 26. Ciekawe byłoby prześledzenie, czy zasada ta jest spełniona w stosunkach międzynarodowych (na podstawie analizy wojen).



Rysunek 26

Zasada regularności prowadzi więc do konfliktów, w których kliki mogą ze sobą wojować tylko parami, nie są natomiast możliwe konflikty między większą niż dwa liczbą klik jednocześnie. Na przykład wynika stąd, że nie jest możliwa wojna, w której walczą ze sobą jednocześnie jako trzy strony trzy państwa (bądź koalicje).

2. Konflikt i siła

W poprzednim rozdziale badaliśmy, jak może rozwijać się konfiguracja w wyniku przestrzegania pewnych prawideł. W tym rozdziale natomiast zajmiemy się innym czynnikiem powodującym zmianę konfiguracji, a mianowicie — *siłą obiektów*. Do tej pory nie braliśmy pod uwagę tego aspektu konfliktów. Jednak w rzeczywistym rozwoju stosunków siła poszczególnych obiektów ma niewątpliwy wpływ na ostateczny układ tych stosunków.

Zajmiemy się teraz zbadaniem tego czynnika, przyjmując szereg założeń upraszczających, takich jednakże, które nie czynią rozpatrywanego problemu całkiem trywialnym.

Nie będziemy ponadto nakładać na konfiguracje żadnych ograniczeń; mogą one być zupełnie dowolne, a więc regularne bądź nieregularne.

2.1. SIŁA OBIEKTÓW, SYTUACJA

Niech $C = (X, \varphi)$ będzie konfiguracją. Przyjmiemy, że każdy obiekt ma pewną siłę i siłę tę będziemy przedstawiali w postaci nieujemnej liczby rzeczywistej. Siłę obiektu x oznaczymy przez: $\mu(x)$.

Konfigurację $C = (X, \varphi)$, w której każdemu obiektowi przyporządkowano siłę za pomocą funkcji μ, będziemy nazywać *sytuacją* i oznaczać przez $S = (X, \varphi, \mu)$.

Przyjmiemy, że w każdej sytuacji $S = (X, \varphi, \mu)$ mamy $\mu(x) > 0$, dla każdego $x \in X$, chyba że wyraźnie zaznaczymy, iż dopuszczamy w danej sytuacji obiekty mające siłę równą zeru, tj. $\mu(x) = 0$.

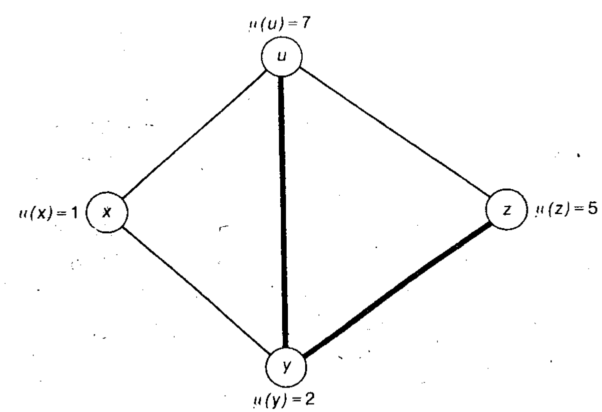
Tak więc, gdy dana będzie sytuacja, będziemy znać zarówno układ stosunków między obiektami, jak i siłę każdego obiektu.

Przyjmiemy ponadto, że siła jest *addytywna*, tzn. jeżeli Y jest podzbiorem zbioru obiektów X, to siła Y jest sumą sił wszystkich jego elementów, co zapiszemy jak następuje:

$$\bar{\mu}(Y) = \sum_{x \in Y} \mu(x).$$

W szczególności $\bar{\mu}(X)$ oznacza siłę wszystkich obiektów w konfiguracji $C = (X, \varphi)$.

Przykład takiej sytuacji pokazany jest na rys. 27. Liczby obok kółek podają siłę odpowiednich obiektów.



Rysunek 27

2.2. STRATEGIA — CZYLI, JAK ROZDZIELAĆ SIŁY?

Co robi każdy obiekt ze swą siłą? Oczywiście używa jej do zwalczania swych wrogów, tj. obiektów będących z nim w konflikcie. Przyjmujemy, że obiekt x dzieli swą siłę na wrogie działania wobec swych przeciwników zgodnie z wybraną przez siebie strategią i rozeznaniem sytuacji. Rzecz jasna, walcząc z silniejszym przeciwnikiem, należy przeciwko niemu skierować większą siłę aniżeli przeciw wrogowi słabszemu. Obiekt x nie musi walczyć ze wszystkimi swymi przeciwnikami jednocześnie, tzn. przeciwko niektórym z nich może skierować siłę zerową. Przyjmiemy ponadto, że obiekt x może użyć całej swej siły do walki ze swymi przeciwnikami bądź wykorzystać tylko jej część.

Aby sprecyzować powyższe rozważania, wprowadzimy pojęcie strategii λ w sytuacji S, tj. funkcji przyporządkowującej każdej parze obiektów x, y liczbę rzeczywistą $\lambda(x, y) > 0$. Liczba ta mówi, jaką siłę skierował obiekt x przeciwko obiektowi y w sytuacji $S = (X, \varphi, \mu)$.

Przyjmiemy, że strategia ma następujące własności:

1. Siła skierowana przez x przeciwko obiektom będącym w przyjaźni z x lub neutralnym wobec x jest równa zeru; również siła skierowana przez x przeciwko sobie samemu jest równa zeru: nikt nie wojuje z samym sobą (czy aby zawsze?).

2. Siła różna od zera może być skierowana przez obiekt x tylko przeciwko obiektom będącym z nim w konflikcie, niekoniecznie jednak przeciwko każdemu obiektowi, będącemu w konflikcie z x, x kieruje siłę różną od zera — dopuszczamy więc, aby x nie kierował swej siły przeciwko niektórym obiektom będącym z nim w konflikcie.

3. Suma wszystkich sił kierowanych przez x przeciwko swym wrogom nie może przekraczać, oczywiście, całej siły x-a. Obiekt x może całą swą siłę podzielić i wykorzystać w walce ze swymi wrogami, a może też tylko część swej siły skierować przeciwko wrogom.

Powyższe warunki zapiszemy w następujący sposób:

(1) Jeżeli $y = x$ lub $R^{+}(x, y)$, lub $R^{0}(x, y)$, to $\lambda(x, y) = 0$.

(2) Jeżeli $\lambda(x, y) \neq 0$, to $R^{-}(x, y)$.

(3) $\bar{\lambda}(x) \leqslant \mu(x)$, dla każdego $x \in X$, gdzie:

$$\bar{\lambda}(x) = \sum_{y \in E_x} \lambda(x, y)$$

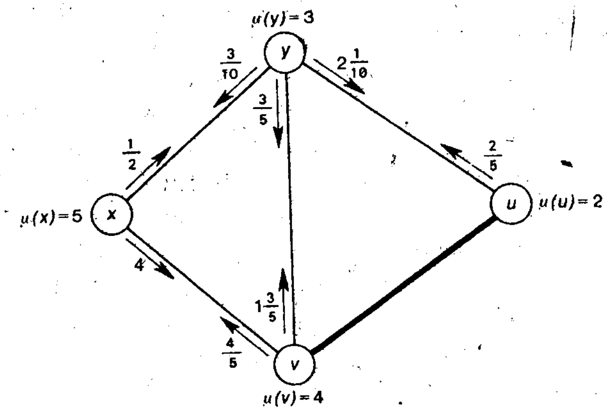
oraz

$$E_x = \{y \in X): R^-(x, y)\}.$$

E_x oznacza zbiór wszystkich obiektów będących w konflikcie z x, czyli wrogów obiektu x.

Jeżeli obiekty x, y są w konflikcie, lecz nie kierują przeciwko sobie wzajemnie żadnych sił (taka możliwość jest dopuszczalna), to konflikt między x i y nazwiemy konfliktem *biernym*; w przeciwnym przypadku konflikt jest *czynny*.

Przykład strategii w pewnej sytuacji pokazany został na rys. 28.



Rysunek 28

Liczby umieszczone na tym rysunku przy strzałkach podają, jakie siły kierują wzajemnie przeciwko sobie obiekty będące w konflikcie. Widać, że wszystkie przedstawione konflikty są konfliktami czynnymi. Dla przykładu: obiekt y, dysponujący siłą 3, kieruje przeciwko obiektowi x, z którym jest w konflikcie, siłę $\frac{3}{10}$, natomiast obiekt x kieruje przeciwko obiektowi y siłę $\frac{1}{2}$.

Na zakończenie tego podrozdziału podamy jeszcze jedną definicję.

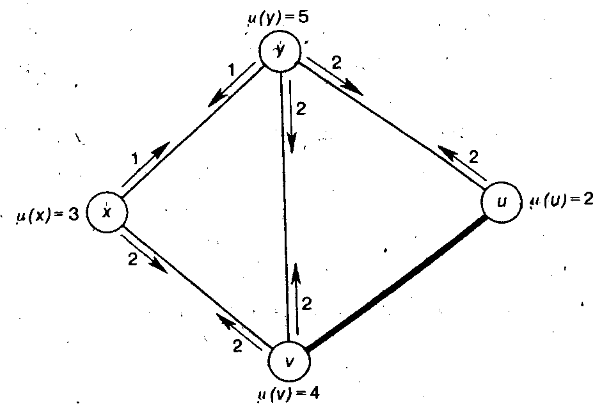
Powiemy, że strategia λ jest *totalna* (całkowita) dla obiektu x w sytuacji S, gdy obiekt x całą swą siłę kieruje przeciwko innym (niekoniecznie wszystkim) obiektom będącym z nim w konflikcie.

Na przykład w sytuacji pokazanej na rys. 28 tylko strategia obiektu y jest strategią totalną.

Powiemy, że strategia λ jest *totalna* w sytuacji S, gdy strategia λ jest totalna dla każdego obiektu w S.

Przykład strategii totalnej dla całej sytuacji pokazany został na rys. 29.

Celem strategii każdego obiektu jest zwalczenie wszystkich jego przeciwników, Powstaje więc pytanie, jak dobrać strategie, żeby ten cel osiągnąć. Aby dobrać właściwą strategię, trzeba dobrze znać całą sytuację oraz strategie innych obiektów. W rezultacie — każdy obiekt powinien wybierać swą strategię przy założeniu, że jego przeciwnicy już swe strategie wybrali, lub też — odwrotnie — wybrać strategię tak, aby narzucić przeciwnikom strategie najmniej dla nich korzystne.



Rysunek 29

Problemem tym, aczkolwiek bardzo ważnym, nie będziemy się tu zajmowali. Zajmiemy się natomiast innym, równie istotnym problemem, a mianowicie: spróbujemy odpowiedzieć na pytanie, czy dla każdej sytuacji istnieje strategia totalna. Odpowiedź na to pytanie nie pozwoli nam wprawdzie znaleźć właściwej strategii dla jakiegoś obiektu, pozwoli jednak na analizę warunków pewnego rodzaju równowagi sytuacji, tzn. na zbadanie, kiedy występuje tego rodzaju sytuacja, że każda jej zmiana jest dla każdego obiektu niekorzystna. Dokładnie przebadamy ten problem dalej.

2.3. SYTUACJE MOGĄ SIĘ ZMIENIAĆ — CZYLI KRAJOBRAZ PO BITWIE

W poprzednim podrozdziale przyjęliśmy, że każdy obiekt będący w konflikcie rozdziela odpowiednio swe siły, kierując je przeciwko swym przeciwnikom (niekoniecznie wszystkim).

Przyjmiemy dalej, że przeciwnicy przystępują do walki i że walka trwa tak długo, aż obiekt posiadający mniejszą siłę zostanie zniszczony. Znaczy to, że obiekty x, y będące w konflikcie czynnym walczą „do końca", tzn. nie przerywają walki, póki słabszy z nich nie ulegnie zniszczeniu.

W rezultacie walka między x, y zakończy się wtedy, gdy siła słabszego obiektu zostanie w wyniku walki zredukowana do zera.

Przyjmiemy ponadto, że do zniszczenia siły obieku x obiekty będące z nim w konflikcie muszą „zużyć" w sumie siłę równą sile obiektu x.

Jest to również założenie upraszczające; w sytuacjach rzeczywistych należałoby przyjąć bardziej realistyczne założenie, jednakże to dla naszych celów zupełnie wystarcza.

Na koniec przyjmiemy jeszcze jedno założenie upraszczające, a mianowicie, że dowolne obiekty kierują wzajemnie przeciwko sobie jednakowe siły, co z punktu widzenia badania warunków równowagi wydaje się uzasadnione. Strategię, w której powyższy warunek jest spełniony, będziemy nazywać strategią *zrównoważoną*.

A więc strategia λ jest zrównoważona w sytuacji S, gdy dla każdego $x, y \in X$:

$$\lambda(x, y) = \lambda(y, x).$$

W dalszym ciągu będziemy zajmować się tylko sytuacjami zrównoważonymi, dlatego zamiast „sytuacja zrównoważona" będziemy pisać krótko „sytuacja".

Przyjmiemy, że jeżeli dana jest strategia λ w sytuacji S, to strategia ta powoduje zmianę sytuacji S w nową sytuację S_λ. Sytuację S_λ możemy uważać za wynik zastosowania strategii λ do sytuacji S lub za wynik realizacji strategii λ w sytuacji S.

Niech $S = (X, \varphi, \mu)$ będzie sytuacją, λ — strategią w S oraz niech $S_\lambda = (X_\mu, \varphi_\lambda, \mu_\lambda)$ będzie realizacją strategii λ w sytuacji S.

Sytuację S_λ zdefiniujemy następująco:

(1) $\mu_\lambda(x) = \mu(x) - \bar{\lambda}(x).$

(2) $x_\lambda = \{x \in X : \mu_\lambda(x) > 0\}.$

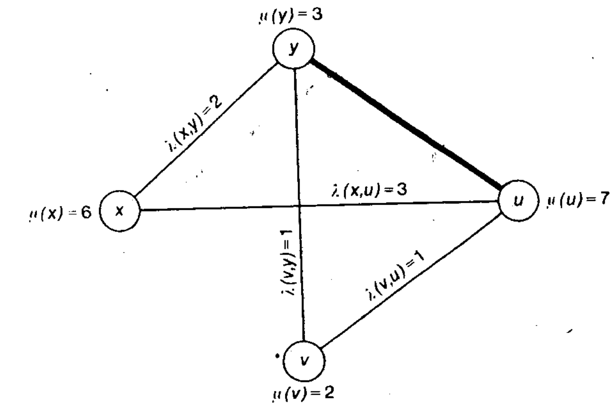
(3) $\varphi_\lambda = \varphi / X_\lambda \times X_\lambda.$

Warunek (1) mówi, że w wyniku realizacji strategii λ w sytuacji S siła każdego obiektu ulega zmniejszeniu o siłę, którą przeznaczył ten obiekt na walkę z przeciwnikami.

Warunek (2) mówi, że „na placu boju" pozostają tylko te obiekty, które w wyniku „realizacji strategii λ" nie zostały „zniszczone", tj. których siła nie została zredukowana do zera (a więc pozostają również te obiekty, które nie brały udziału w konflikcie).

Wreszcie, warunek (3) mówi, że układ stosunków między obiektami, które „wyszły cało" z konfliktu, jest taki sam, jak w sytuacji wyjściowej ($\varphi / X_\lambda \times X_\lambda$ – oznacza obcięcie funkcji φ do zbioru $X_\lambda \times X_\lambda$).

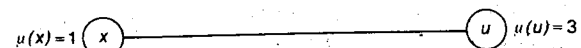
Rozpatrzmy dla przykładu sytuację i strategię pokazane na rys. 30.



Rysunek 30

Łatwo sprawdzić, że w wyniku realizacji powyższej strategii zostaną „zniszczone" obiekty y oraz v (tzn. ich siła zostanie zredukowana do zera), na placu boju pozostaną zaś dwa obiekty: x oraz u z siłą, odpowiednio, 1 oraz 3, nadal będące w konflikcie.

Sytuacja ta przedstawiona jest na rys. 31.



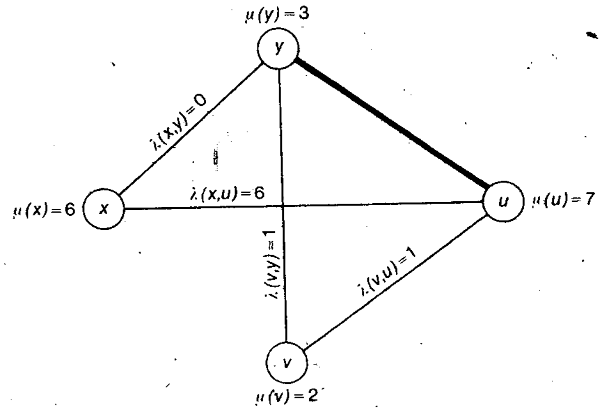
Rysunek 31

Wydaje się interesujące, czy istnieje taka strategia, w wyniku realizacji której powstałaby sytuacja nie zawierająca już konfliktów czynnych.

Na przykład gdybyśmy w sytuacji przedstawionej na rys. 30 przyjęli taką strategię, jak pokazana na rys. 32, to w wyniku realizacji tej strategii otrzymalibyśmy już sytuację bezkonfliktową z jednym obiektem y o sile 2 (zauważmy, że najsilniejszy obiekt u o sile 7 uległ w wyniku tego konfliktu zniszczeniu, a zwycięzcą został wcale nie będący najsilniejszym obiekt y o sile 3!).

Strategię λ w sytuacji S taką że S_λ jest sytuacją bezkonfliktową, nazwiemy strategią *maksymalną* w S lub krótko — strategią maksymalną, gdy S jest ustalone.

Łatwo sprawdzić, że dla każdej sytuacji konfliktowej istnieje strategia maksymalna!

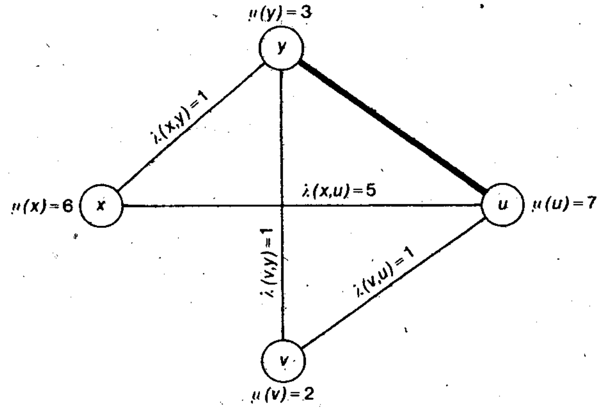


Rysunek 32

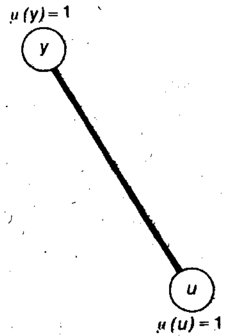
Rozpatrzmy jeszcze kilka przykładów strategii i ich realizacji.

Gdyby w sytuacji rozważanej w poprzednim rozdziale przyjąć taką strategię, jak przedstawiona na rys. 33 (zob. s. 39), to w wyniku realizacji tej strategii otrzymalibyśmy sytuację pokazaną na rys. 34 (zob. s. 39). A więc w nowej sytuacji będą tylko dwa obiekty: y oraz u o jednakowej sile, równej 1, pozostające w przyjaźni.

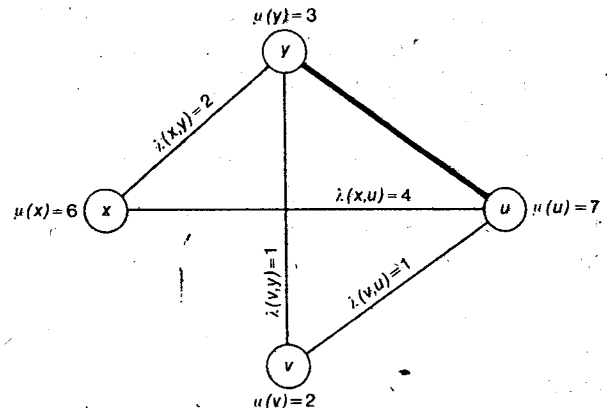
Gdybyśmy wreszcie przyjęli w rozpatrywanej sytuacji strategię taką, jak pokazana na rys. 35 (zob. s. 39), to w rezultacie otrzymalibyśmy sytuację, w której byłby tylko jeden obiekt u o sile 2.



Rysunek 33



Rysunek 34



Rysunek 35

Możemy zapytać, czy istnieją takie strategie, w wyniku realizacji których obiekt x lub obiekt v zostałby zwycięzcą. Odpowiedź na to pytanie pozostawiamy Czytelnikowi.

Na zakończenie niniejszego podrozdziału przypominamy raz jeszcze, że w wyniku realizacji strategii maksymalnej otrzymujemy sytuację bezkonfliktową taką, w której siła każdego obiektu biorącego udział w konflikcie uległa zmniejszeniu o siłę skierowaną przeciwko jego przeciwnikom, obiekty zaś, których siła została w wyniku konfliktu zredukowana do zera, zostały wyeliminowane.

2.4. RÓWNOWAGA STRACHU, STRATEGIA ZASTRASZANIA

Jak można było zauważyć, dzięki przykładom podanym w poprzednim podrozdziale, dobór strategii w danej sytuacji ma zasadnicze znaczenie dla tego, które obiekty wyjdą z danego konfliktu zwycięsko, a które przegrają.

W szczególności wydaje się interesujące, czy istnieje dla danej sytuacji taka strategia, w wyniku realizacji której wszystkie obiekty będące w tej sytuacji w konflikcie wzajemnie się zniszczą.

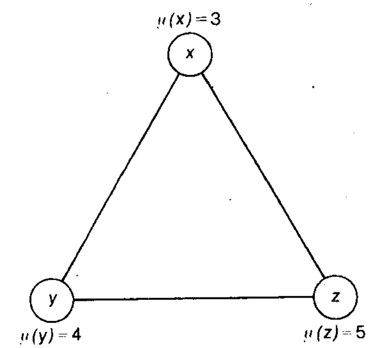
Gdyby taka strategia dla jakiejś sytuacji istniała, oznaczałoby to, że sytuacja owa jest bardzo niebezpieczna, gdyż w przypadku realizacji tej strategii wszyscy biorący udział w konflikcie skazani są na wzajemne unicestwienie się. Świadomość tego może powstrzymać strony antagonistyczne od czynnej walki. Dlatego też taką strategię nazwiemy *strategią zastraszania*, o sytuacji zaś, dla której strategia zastraszania istnieje, będziemy mówili, że jest to sytuacja w *równowadze strachu* lub krótko — *równowaga strachu*.

Zanim podamy ścisłe sformułowanie tego problemu, rozpatrzymy kilka prostych przykładów.

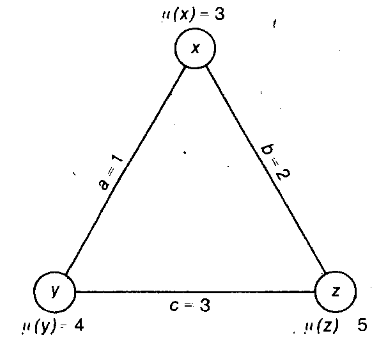
Łatwo sprawdzić, że dla sytuacji przedstawionej na rys. 36 (zob. s. 41) istnieje strategia zastraszania i ma ona postać:

$$\lambda(x, y) = \lambda(y, x) = 1$$
$$\lambda(y, z) = \lambda(z, y) = 3$$
$$\lambda(x, z) = \lambda(z, x) = 2.$$

Pokazano ją na rys. 37 (zob. s. 41).



Rysunek 36

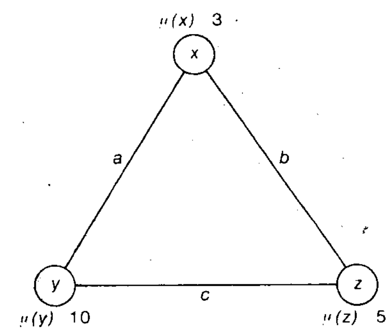


Rysunek 37

Przy takim rozkładzie sił wszyscy przeciwnicy zniszczą się wzajemnie.

Łatwo również sprawdzić, że jest to jedyna możliwa w tej sytuacji strategia zastraszania.

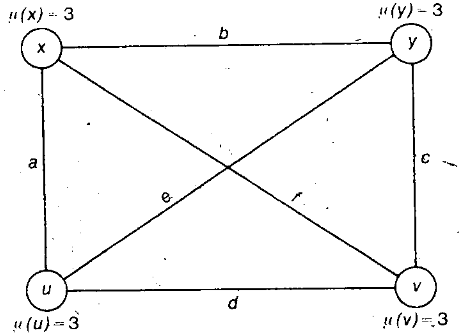
Natomiast dla sytuacji pokazanej na rys. 38 strategia zastraszania nie istnieje. Aby taka strategia istniała, musiałby obiekt y o sile 10 zostać zniszczony przez pozostałe dwa obiekty: x, z — o siłach, odpowiednio, 3 i 5. Obiekty te są w sumie zbyt słabe, żeby po połączeniu swych sił mogły zniszczyć obiekt y. Nie może on więc zostać zniszczony przy żadnej strategii w tej sytuacji.



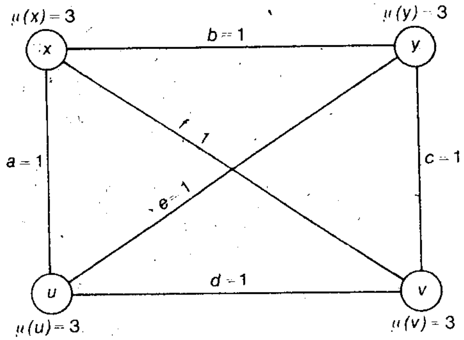
Rysunek 38

Rozpatrzmy jeszcze jeden przykład, tj. sytuację pokazaną na rys. 39. W sytuacji tej mamy cztery obiekty o jednakowej sile 3, a każdy z nich jest w konflikcie ze wszystkimi pozostałymi.

Na rys. 40 pokazano strategię zastraszania dla tej sytuacji. Jeżeli



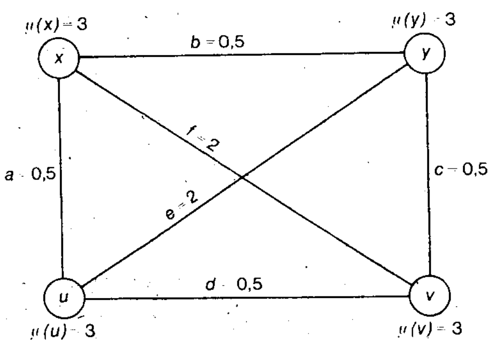
Rysunek 39



Rysunek 40

każdy obiekt skieruje jednakową siłę równą 1 przeciwko swym wrogom, to wszystkie obiekty zniszczą się wzajemnie.

Na rys. 41 podano inny przykład strategii zastraszania dla sytuacji przedstawionej na rys. 39.



Rysunek 41

Łatwo sprawdzić, że istnieje nieskończenie wiele strategii zastraszania dla tej sytuacji.

A zatem możemy mieć do czynienia z takimi sytuacjami, dla których istnieje tylko jedna strategia zastraszania bądź nieskończenie wiele, bądź też nie istnieje w ogóle taka strategia.

Oto ścisłe sformułowanie powyższego problemu:

● **Twierdzenie 3**

Sytuacja $S = (X, \varphi, \mu)$ jest *równowagą strachu* wtedy i tylko wtedy, gdy następujący układ równań — zwanych dalej *równaniami strachu* — ma rozwiązanie (ze względu na λ):

$$\bar{\lambda}(x_1) = \mu(x_2)$$
$$\bar{\lambda}(x_2) = \mu(x_2)$$
$$\cdots\cdots$$
$$\bar{\lambda}(x_n) = \mu(x_n)$$
$$\lambda(x_{i_1}, y_{i_1}) = \lambda(y_{i_1}, x_{i_1})$$
$$\lambda(x_{i_2}, y_{i_2}) = \lambda(y_{i_2}, x_{i_2})$$
$$\cdots\cdots$$
$$\lambda(x_{i_m}, y_{i_m}) = \lambda(y_{i_m}, x_{i_m}),$$

dla wszystkich $x_i \in X^-$ oraz $(x_{i_j}, y_{i_j}) \in R^-$.

Mówiąc prościej, równowaga strachu istnieje tylko wtedy, gdy każdy obiekt, będący w konflikcie z innymi obiektami, dla zwalczania wszystkich swych wrogów musi poświęcić całą swoją siłę. Znaczy to, że w wyniku konfliktu wszyscy walczący wzajemnie się zniszczą.

Oczywiście, nie należy tego rozumieć tak, że strony są zainteresowane realizacją takiej strategii. Stanowi ona tylko możliwość, która musi być brana pod uwagę przy rozpatrywaniu różnych możliwości rozwoju sytuacji. To zagrożenie niekorzystne dla wszystkich — dlatego właśnie wszyscy są zainteresowani uniknięciem rozwoju sytuacji w tym kierunku. Tego rodzaju przykładów można łatwo znaleźć wiele w życiu codziennym. ●

Wybrane przez nas proste przykłady zilustrują powyższe rozważania i uczynią je bardziej konkretnymi.

Rozpatrzmy najpierw sytuacje przedstawione na rys. 36 (zob. s. 41).

Oznaczmy:

$$\lambda(x, y) = \lambda(y, x) = a,$$
$$\lambda(x, z) = \lambda(z, x) = b,$$
$$\lambda(y, z) = \lambda(z, y) = c.$$

Wtedy równania strachu dla tej sytuacji będą miały postać:

$$a+b = 3$$
$$a+c = 4$$
$$b+c = 5.$$

Układ ten ma jedno rozwiązanie:

$$a = 1$$
$$b = 2$$
$$c = 3.$$

Zauważmy, iż przy powyższym rozkładzie sił wszystkie obiekty zniszczyłyby się wzajemnie — mamy więc do czynienia z równowagą strachu.

W sytuacji takiej, jak pokazana na rys. 38 (zob. s. 41), możemy zapisać następujący układ równań strachu:

$$a+b = 3$$
$$a+c = 10$$
$$b+c = 5,$$

gdzie:

$$\lambda(x, y) = \lambda(y, x) = a,$$
$$\lambda(x, z) = \lambda(z, x) = b,$$
$$\lambda(z, y) = \lambda(y, z) = c.$$

Układ ten nie jest rozwiązywalny — a więc dla opisywanej sytuacji nie istnieje strategia zastraszania; zatem przy żadnej strategii występujące tu obiekty nie mogą się (wszystkie) wzajemnie zniszczyć.

Na koniec rozpatrzmy sytuację pokazaną na rys. 39 (zob. s. 42). Przyjmijmy następujące oznaczenia:

$$\lambda(x, u) = \lambda(u, x) = a, \quad \lambda(u, z) = \lambda(z, u) = d,$$
$$\lambda(x, y) = \lambda(y, x) = b, \quad \lambda(u, y) = \lambda(y, u) = e,$$
$$\lambda(y, z) = \lambda(z, y) = c, \quad \lambda(x, z) = \lambda(z, x) = f.$$

Wtedy równania strachu dla tej sytuacji przybiorą postać:

$$a+b+f = 3$$
$$a+c+d = 3$$
$$d+f+c = 3$$
$$b+d+c = 3.$$

Mamy cztery równania, a sześć niewiadomych. Zatem nie istnieje jednoznaczne rozwiązanie tego układu równań! Ma on nieskończenie wiele rozwiązań, a więc w tej sytuacji istnieje nieskończenie wiele strategii zastraszania, prowadzących do całkowitego zniszczenia wszystkich walczących. Sytuacja taka wydaje się znacznie bardziej niebezpieczna niż sytuacja, dla której istnieje tylko jedna strategia zastraszania.

Zauważmy, że jeżeli mamy n obiektów będących w konflikcie, to możemy mieć co najwyżej:

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{2(n-2)!}$$

konfliktów.

I tak np. dla $n = 3$ mamy maksymalnie 3 konflikty, dla $n = 4$ — 6 konfliktów, dla $n = 5$ — 10 konfliktów itd. Ponieważ liczbie obiektów odpowiada liczba równań, liczbie zaś konfliktów — liczba niewiadomych, to tylko dla $n = 3$ mamy dokładnie tyle równań, ile niewiadomych! Dla $n > 3$ liczba niewiadomych może być większa aniżeli liczba równań (oczywiście, nie zawsze tak być musi).

Czyżby miało to znaczyć, że im więcej konfliktów, tym większe niebezpieczeństwo wzajemnego zniszczenia się?

Czytelnika zainteresowanego dokładniejszą analizą matematyczną przedstawionego problemu odsyłamy do pracy W. Żakowskiego [27].

2.5. SILNI I SŁABI

Na równowagę strachu i strategię zastraszania możemy spojrzeć również z nieco innego punktu widzenia. Przyjrzyjmy się dokładniej dwóm pierwszym przykładom podanym w poprzednim podrozdziale i zastanówmy się, dlaczego w pierwszym z nich istnieje równowaga strachu, w drugim zaś — nie istnieje.

Zauważmy, że w drugim przykładzie istnieje obiekt, który jest znacznie silniejszy od pozostałych obiektów będących w konflikcie, w pierwszym natomiast — takiego obiektu nie ma!

Obserwacje te możemy sformułować ściśle w następujący sposób:

Powiemy, że obiekt x jest *silny* w sytuacji $S = (X, \varphi, \mu)$, gdy nie istnieje strategia λ w sytuacji S, taka że: $\mu_\lambda(x) = 0$, tzn. nie istnieje strategia, która spowoduje zniszczenie obiektu x; w przeciwnym przypadku obiekt x nazwiemy *słabym*.

Łatwo zauważyć, że wszystkie obiekty występujące w pierwszym przykładzie są słabe, wśród zaś występujących w drugim istnieje jeden obiekt silny.

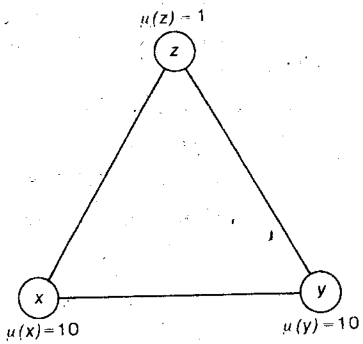
Powyższe obserwacje można sformułować w następujący sposób:

Obiekt $x \in X$ jest *silny* w sytuacji $S = (X, \varphi, \mu)$ wtedy i tylko wtedy, gdy siła x jest większa niż siła jego wszystkich przeciwników, tj. $\mu(x) > \mu(E_x)$.

Ponadto łatwo sprawdzić, że:

Jeżeli obiekty x i y są silne w $S = (X, \varphi, \mu)$, to x i y nie mogą być w konflikcie w S.

Zauważmy, że w sytuacji bezkonfliktowej wszystkie obiekty są silne! A więc pokój daje poczucie bezpieczeństwa! Bardzo to optymistyczne.



Rysunek 42

Na zakończenie niniejszego podrozdziału rozpatrzymy jeszcze jeden przykład. Rozważmy sytuacje pokazane na rys. 42.

Wszystkie trzy obiekty: x, y, z są tutaj w konflikcie i wszytkie są słabe, gdyż strategia:

$$\lambda(x, y) = 0$$
$$\lambda(x, z) = \lambda(y, z) = \frac{1}{2}$$

powoduje zniszczenie obiektu z, strategia:

$$\lambda'(x, y) = 9$$
$$\lambda'(x, z) = 1$$
$$\lambda'(z, y) = 0$$

powoduje zniszczenie obiektu x i z, strategia zaś:

$$\lambda''(x, y) = 9$$
$$\lambda''(x, z) = 0$$
$$\lambda''(z, y) = 1$$

powoduje zniszczenie obiektu y i z.

Zwróćmy uwagę, jaką rolę odgrywa tutaj najsłabszy obiekt, czyli z. Może on być z łatwością zniszczony przez pozostałe obiekty. Jednakże, gdyby x, y chciały się wzajemnie zniszczyć, rola obiektu z zaczęłaby być bardzo ważna. Wtedy, zależnie od tego, jaką wybierze on strategię, może doprowadzić do zniszczenia x bądź y, choć i sam również ulegnie wówczas zniszczeniu.

Obiekt taki nazywany jest „języczkiem u wagi". Dlaczego? — nietrudno zrozumieć.

Zwróćmy uwagę na jeszcze jedną interesującą strategię, określoną następująco:

$$\lambda'''(x, y) = 10$$
$$\lambda'''(x, z) = \lambda'''(z, y) = 0$$

W wyniku tej strategii oba obiekty: x i y zniszczą się wzajemnie, obiekt z zaś zostanie sam na placu boju, bez swych potężnych wrogów!

Analiza podanych tu przykładów wydaje się wielce pouczająca. Chcielibyśmy zachęcić Czytelnika do głębszych przemyśleń. Znalezienie konkretnych przykładów, ilustrujących rozpatrywane sytuacje, nie powinno sprawić większych trudności.

2.6. JEDNOCZEŚNIE CZY KOLEJNO?

Rozpatrzmy ponownie sytuację przedstawioną na rys. 36 (zob. s. 41). Rozważmy następującą strategię w tej sytuacji:

$$\lambda(x, y) = \lambda(y, x) = 3$$
$$\lambda(x, z) = \lambda(z, x) = 0$$
$$\lambda(y, z) = \lambda(z, y) = 0.$$

Łatwo wykazać, że w wyniku realizacji tej strategii obiekt x zostanie zniszczony, pozostaną zaś obiekty y i z o siłach, odpowiednio, 1 i 5. Wtedy obiekt z będzie mógł zniszczyć obiekt y, i w rezultacie pozostanie sam, z siłą 4.

Jeśli w tej sytuacji przyjąć strategię następującą:

$$\lambda'(z, y) = \lambda'(y, z) = 4$$
$$\lambda'(z, x) = \lambda'(x, z) = 0$$
$$\lambda'(x, y) = \lambda'(y, x) = 0,$$

to w wyniku jej realizacji ulegnie zniszczeniu obiekt y, pozostaną zaś obiekty x i z o siłach, odpowiednio, 3 oraz 1. Wtedy obiekt x (najsłabszy) będzie mógł zniszczyć obiekt z.

A więc w zależności od tego, w jakiej kolejności wojują ze sobą obiekty znajdujące się w konflikcie, zależy ostateczny wynik walki. Zwycięzcą może zostać nawet obiekt najsłabszy!

Gdybyśmy podobnie przeanalizowali sytuację przedstawioną na rys. 38 (zob. s. 41), okazałoby się, że dla najsłabszego obiektu x w tej sytuacji nie istnieje strategia zapewniająca mu zwycięstwo. Dlaczego? Dokładną analizę tego przypadku pozostawiamy Czytelnikowi.

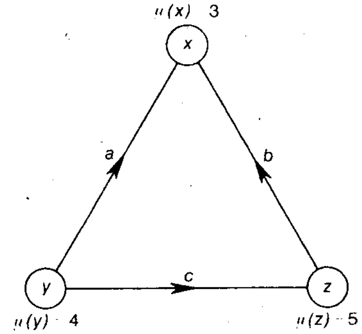
2.7. ATAK CZY OBRONA?

W dotychczasowych rozważaniach przyjmowaliśmy, że sytuacja konfliktowa jest symetryczna w tym sensie, że nie wyróżnia się w konflikcie strony atakującej i broniącej się. Przyjmowaliśmy, że jeżeli obiekty x i y pozostają w konflikcie czynnym, to przeciwstawiają sobie jednakowe siły. Ale przecież wiadomo, że obrona wymaga mniejszej siły niż atak. Jak ten fakt uwzględnić w naszym modelu?

Możemy to uczynić w prosty sposób, wprowadzając odpowiedni

współczynnik, ilustrujący, o ile większej procentowo siły potrzeba do ataku niż do obrony. Oznaczmy ten współczynnik przez α.

Rozpatrzmy sytuacje przedstawione na rys. 38 (zob. s. 41). Aby zaznaczyć, która ze stron konfliktu atakuje, a która się broni, wprowadzimy odpowiednie zorientowanie linii grafu, takie jak pokazane na rys. 43.



Rysunek 43

Przyjmiemy, że obiekt znajdujący się po lewej stronie strzałki atakuje obiekt znajdujący się po prawej stronie strzałki. Na przykład na naszym rysunku: obiekt y atakuje obiekt x oraz obiekt z, obiekt z zaś atakuje obiekt x. Przyjmijmy tutaj, że współczynnik jest jednakowy dla wszystkich obiektów atakujących (tak, oczywiście, być nie musi) i wynosi: $\alpha = 2$.

Wtedy równania strachu dla tej sytuacji będą miały następującą postać:

$$2a+2c = 4$$
$$a+b = 3$$
$$c+2b = 5.$$

Łatwo sprawdzić, że układ ten posiada następujące rozwiązanie:

$$a = 1$$
$$b = 2$$
$$c = 1.$$

A więc jest to równowaga strachu.

Gdybyśmy przyjęli współczynnik $\alpha = 10$, to otrzymalibyśmy następujące równania strachu:

$$10a+10c = 4$$
$$a+b = 3$$
$$c+10b = 5.$$

Łatwo sprawdzić, że układ ten nie posiada rozwiązania. Istnieje zatem taka wartość współczynnika α, przy której omawiana sytuacja przestaje być równowagą strachu.

Dokładniejsze przeanalizowanie tego problemu pozostawiamy zainteresowanym Czytelnikom.

3. Kość niezgody — czyli, jak powstają konflikty?

W dotychczasowych rozważaniach przyjmowaliśmy, że układ stosunków między badanymi obiektami jest dany z góry — tzn., że dana jest pewna konfiguracja — i dalej badaliśmy różnego rodzaju konsekwencje tego faktu. Powstaje jednak pytanie, skąd biorą się sytuacje konfliktowe, inaczej mówiąc, co jest przyczyną powstawania konfliktów.

Przyczyny powstawania konfliktów mogą być różne. W tym rozdziale zajmiemy się badaniem jednej z takich przyczyn, a mianowicie — pewnego zysku, jaki może przypaść w udziale obiektom będącym w konflikcie.

W naszych rozważaniach, jak dotąd, nie widać było powodów, dla których jakieś obiekty mogłyby w ogóle znaleźć się w konflikcie. W wyniku realizacji konfliktu strony walczące ponosiły straty, nic na fakcie niszczenia swych wrogów nie zyskując. Natomiast obiekty, które nie były zaangażowane w walkę, nic wprawdzie nie traciły, ale również nic nie mogły zyskać. Istnienie konfliktów w takich warunkach było więc nieco irracjonalne.

Jak się wydaje, jedną z ważniejszych przyczyn powstawania konfliktów jest chęć zwiększenia swego stanu posiadania, swej siły, pozycji itd. przez ludzi, państwa, armie, organizacje handlowe itp. Aby odzwierciedlić ten fakt, wzbogacimy nasz model konfliktów, wprowadzając pojęcie *łupu.*

Łup jest właśnie tym czymś, o co strony walczące się ubiegają i co stanowi dla nich przedmiot pożądań. Dla zdobycia łupu strony walczące gotowe są ponieść pewne straty, pod warunkiem, że łup uzyskany w wyniku walki ma dla zwycięzcy wartość większą aniżeli poniesione straty. W przypadku konfliktu między państwami łupem może być np. pewien teren bogaty w jakieś złoża (np. naftę). Jeżeli stronami konfliktu są np. firmy handlowe, to łupem może być zdobycie korzystnego kontraktu bądź rynku.

Dla uproszczenia przyjmujemy w naszych rozważaniach, że łup będzie zawsze wyrażany przez nieujemną liczbę rzeczywistą. Liczba ta reprezentuje wartość łupu w jakichś ustalonych jednostkach. Przyjmujemy dalej, że jest on dzielony według określonych zasad między zwycięzców konfliktu i wpływa ostatecznie na zwiększenie ich siły.

Główny problem, którym zajmiemy się obecnie, polega na tym, czy podział łupu jest korzystniejszy w sytuacji bezkonfliktowej, czy też — w konfliktowej. Niestety, odpowiedź na postawione tu pytanie będzie smutna; jeżeli łup jest odpowiednio duży, to w wyniku walki o łup zwycięzcy zapewnią sobie większą jego część, aniżeli otrzymaliby, dzieląc go sprawiedliwie między wszystkie zainteresowane strony. Tłumaczy to doskonale, skąd się biorą konflikty.

Dla ścisłego zbadania wskazanego problemu rozpatrzymy najpierw podział łupu w sytuacji bezkonfliktowej, a następnie — w sytuacji konfliktowej, i pokażemy, że ten drugi sposób jest korzystniejszy dla tych wszystkich, którzy w konflikcie zwyciężą.

3.1. PODZIAŁ ŁUPU W SYTUACJI BEZKONFLIKTOWEJ

Niech dana będzie pewna sytuacja bezkonfliktowa $S = (X, \varphi, \mu)$ oraz łup q. Zastanówmy się, jak podzielić łup q między wszystkie obiekty w ten sposób, aby wszyscy biorący udział w jego podziale byli zadowoleni. Oczywiście, kryteria takiego podziału mogą być różne. My przyjmiemy tutaj jedno kryterium, a mianowicie — siłę

każdego obiektu, i założymy, że łup jest dzielony między wszystkie obiekty proporcjonalnie do ich siły.

Można się, oczywiście, zastanowić, czy taki podział zadowoli wszystkich bądź — czy jest on sprawiedliwy. Jednakże każdy inny podział łupu wydaje się nam mniej interesujący. Ten zaś robi wrażenie najbardziej naturalnego, i nawet jeśli jakieś obiekty są niezadowolone z przyjęcia takiej zasady, nie mają możliwości wyegzekwowania swych roszczeń siłą.

Tak czy inaczej — podział „proporcjonalny" łupu wydaje się najprostszy; a więc właśnie od niego warto rozpocząć nasze rozważania.

Przyjmujemy ponadto, że obiekty neutralne uczestniczą w podziale łupu. Można mieć wątpliwości, czy założenie to jest słuszne, jednakże będziemy je tutaj przyjmowali dla uproszczenia.

Zakładamy dalej, że łup zwiększa siłę obiektów, które go zdobyły. Można tu rozpatrywać różne sposoby, na jakie zdobyty łup powoduje zwiększenie siły obiektu. Tutaj przyjmujemy najprostszy, a mianowicie — że siła obiektu mierzona jest w tych samych jednostkach, co wartość łupu, i wartość zdobytego łupu jest po prostu dodawana do siły obiektu.

Przykładowo: jeśli obiektami są armie, to ich siłę, w uproszczeniu, możemy mierzyć wartością ich uzbrojenia, wyrażaną np. w dolarach. Jeżeli łup stanowi np. pole naftowe, to jego wartość możemy również wyrazić w tych samych jednostkach monetarnych. W rezultacie po zdobyciu czy podzieleniu łupu może on być zamieniony na uzbrojenie o odpowiadającej mu wartości, zwiększając w ten sposób siłę odpowiednich obiektów.

Z podobną sytuacją mamy do czynienia w stosunkach handlowych czy też innych.

Po tych wstępnych, niezbyt ścisłych, rozważaniach możemy omawiany problem wyrazić następująco:

Dana jest sytuacja konfliktowa $S = (X, \varphi, \mu)$ oraz łup q. W wyniku podziału łupu q między obiekty należące do zbioru X, otrzymamy nową sytuację, którą oznaczymy:

$$S^q = (X^q, \varphi^q, \mu^q),$$

gdzie:

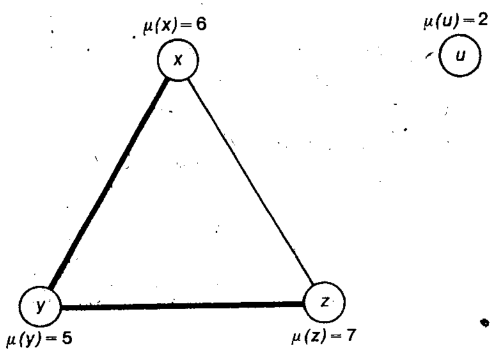
(1) $\quad X^q = X$

(2) $\quad \varphi^q = \varphi$

$$\mu^q(x) = \mu(x) + \frac{\mu(x)}{\bar{\mu}(X)} q. \tag{3}$$

Tak więc, w wyniku podziału łupu w sytuacji bezkonfliktowej, zbiór obiektów nie ulega zmianie, nie ulega zmianie również układ stosunków między obiektami (konfiguracja), natomiast zmienia się siła każdego obiektu, zgodnie z warunkiem (3), tj. każdy obiekt otrzymuje część łupu, proporcjonalnie do swej siły.

Przykładowo: rozpatrzymy sytuację przedstawioną poniżej na rys. 44.



Rysunek 44

W sytuacji tej mamy cztery obiekty: x, y, z, u, o siłach — odpowiednio — 6, 5, 7, 2. Przyjmijmy łup o wartości 10. Wtedy suma sił wszystkich obiektów wyniesie 20, poszczególne zaś obiekty otrzymają następujące części łupu:

$$x \text{ ——— } \frac{6}{20} 10 = 3,$$

$$y \text{ ——— } \frac{5}{20} 10 = 2\tfrac{1}{2},$$

$$z \text{ ——— } \frac{7}{20} 10 = 3\tfrac{1}{2},$$

$$u \text{ ——— } \frac{2}{20} 10 = 1.$$

W rezultacie nowe siły obiektów: x, y, z, u będą — odpowiednio — wynosić: $6+3 = 9$, $5+2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$, $7+3\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2}$, $2+1 = 3$.

3.2. PODZIAŁ ŁUPU W SYTUACJI KONFLIKTOWEJ

Niech dane będą: pewna sytuacja konfliktowa $S = (X, \varphi, \mu)$, strategia maksymalna λ oraz łup q.

Przyjmiemy, że najpierw realizowana jest strategia λ. W rezultacie z sytuacji $S = (X, \varphi, \mu)$ otrzymamy sytuację $S_\lambda = (X_\lambda, \varphi_\lambda, \mu_\lambda)$, zgodnie z zasadami podanymi uprzednio. Następnie łup q będzie dzielony między zwycięzców, a więc tym razem nie bierzemy pod uwagę przy podziale łupu obiektów neutralnych (można, oczywiście, przyjąć tu też inne założenia).

W rezultacie strategia λ oraz łup q powodują zmianę sytuacji $S = (X, \varphi, \mu)$ w sytuację $S^q_\lambda = (X^q_\lambda, \varphi^q_\lambda, \mu^q_\lambda)$, zdefiniowaną następująco:

$$X^q_\lambda = X_\lambda; \tag{1}$$

$$\varphi^q_\lambda = \varphi / X^q_\lambda \times X^q_\lambda; \tag{2}$$

$$\mu^q_\lambda(x) = \begin{cases} \mu(x), & \text{gdy} \quad x \in X - X^+_\lambda \\ \mu_\lambda(x) + \dfrac{\mu_\lambda(x)}{\bar{\mu}_\lambda(X^+_\lambda)}, & \text{gdy} \quad x \in X^+_\lambda, \end{cases} \tag{3}$$

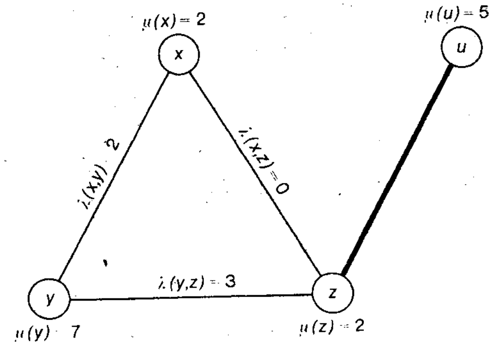
gdzie $X^+_\lambda = X_\lambda \cap X^-$ jest zbiorem zwycięzców w sytuacji $S = (X, \varphi, \mu)$ i przy strategii λ.

Przypominamy, że X^- jest zbiorem obiektów będących w konflikcie w tej sytuacji.

W naszej sytuacji S^q_λ zbiór obiektów X^q_λ składa się z tych obiektów, które „przetrwały” konflikt, tj. tych, które nie zostały wyeliminowane w wyniku realizacji strategii λ (warunek (1)). Układ stosunków między obiektami w nowej sytuacji S^q_λ jest taki sam, jak przed realizacją strategii λ (warunek (2)). Siła obiektów w nowej sytuacji S^q_λ jest określona przez warunek (3), który mówi, że jeżeli obiekty nie brały udziału w konflikcie, to ich siła nie ulega zmianie, natomiast jeżeli brały udział w konflikcie i wyszły z niego zwycięsko, to otrzymują część łupu proporcjonalną do ich siły w stosunku do siły wszystkich zwycięzców — po walce.

Rozpatrzmy np. sytuacje pokazane na rys. 45 przy następującej strategii:

$$\lambda(y, x) = \lambda(y, x) = 2$$
$$\lambda(x, z) = \lambda(z, x) = 0$$
$$\lambda(y, z) = \lambda(z, y) = 3.$$

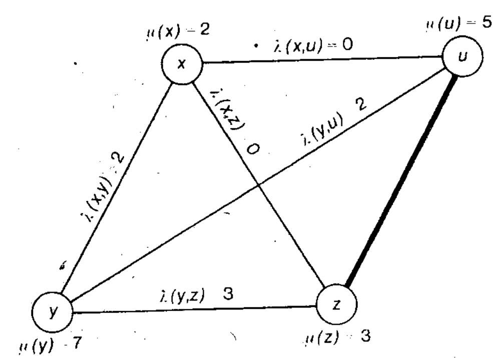


Rysunek 45

W wyniku realizacji tej strategii otrzymamy sytuację, w której mamy tylko dwa obiekty: y oraz u o siłach — odpowiednio — 2 i 5. Obiekty te są wzajemnie neutralne, zgodnie z warunkiem (2), gdyż w sytuacji wyjściowej były również neutralne.

Załóżmy ponadto, że wartość łupu q wynosi 10. Łup ten, zgodnie z warunkiem (3), przypada w całości obiektowi y. Siła tego ostatniego wynosi obecnie: $2+10 = 12$ — a więc uległa zwiększeniu.

Zauważmy, że obiekt u nie uczestniczy w podziale łupu, gdyż nie był zaangażowany w żaden konflikt. Gdyby przestrzegał zasady: *Wróg mojego przyjaciela jest moim wrogiem*, to otrzymalibyśmy sytuację taką, jak przedstawiona na rys. 46.



Rysunek 46

Przy strategii następującej:

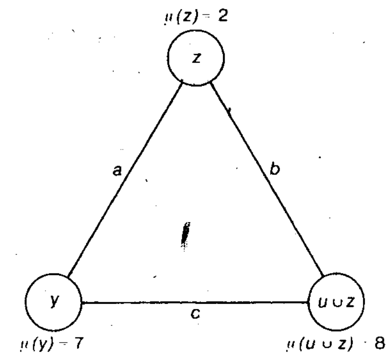
$$\lambda(x, y) = \lambda(y, x) = 2$$
$$\lambda(y, z) = \lambda(z, y) = 3$$
$$\lambda(y, u) = \lambda(u, y) = 2$$

$$\lambda(x, u) = \lambda(u, x) = 0$$
$$\lambda(x, z) = \lambda(z, x) = 0$$

obiekt u zostałby sam zwycięzcą z siłą 3, a cały łup należałby do niego.

Obiekt z, będący w przyjaźni z obiektem u, nic by na tym zwycięstwie nie zyskał.

Gdyby obiekty z i u utworzyły koalicję i połączyły się w jeden blok, otrzymalibyśmy taką sytuację, jak pokazana na rys. 47. Jest to równowaga strachu, więc obiekty u i z mogłyby przez utworzenie



Rysunek 47

koalicji ocalić swe istnienie, a przy odpowiedniej strategii — nawet zwyciężyć.

Byłoby na pewno interesujące dokładniejsze przeanalizowanie poruszonego tu problemu, jednakże, z uwagi na postawione sobie przez nas zadanie, problem ten jest marginesowy i nie będziemy się nim tutaj zajmować.

3.3. WOJNA CZY POKÓJ? — TWIERDZENIE SMUTNE

W podrozdziale tym zajmiemy się problemem wysuniętym na początku niniejszego rozdziału: porównaniem podziału łupu w sytuacji bezkonfliktowej i w konfliktowej. Zbadamy, która sytuacja jest lepsza do przeprowadzenia tego podziału — bezkonfliktowa czy konfliktowa.

Zanim przystąpimy do dokładniejszego sformułowania tego problemu, musimy wyjaśnić ściśle, co to znaczy, że pewna sytuacja jest lepsza niż inna do podziału danego łupu. W tym celu wprowadzimy następujące definicje.

Sytuacja $S = (X, \varphi, \mu)$ jest *lepsza* dla $x \in X$ ze względu na łup q niż sytuacja $S' = (X, \varphi', \mu)$, jeżeli dla każdej maksymalnej strategii λ' w sytuacji S' istnieje maksymalna strategia λ w sytuacji S, taka że:

$$\mu^q_\lambda(x) > \mu^q_{\lambda'}(x).$$

Zauważmy, że zbiory obiektów w sytuacjach S i S' są jednakowe oraz że obiekty w obu sytuacjach mają jednakowe siły — sytuacje S i S' różnią się od siebie jedynie układem stosunków. Zgodnie z podaną właśnie definicją sytuacja S jest lepsza niż sytuacja S' do podziału łupu q dla jakiegoś obiektu, gdy w sytuacji S obiekt ten może uzyskać większą siłę — na skutek podziału łupu q i doboru odpowiedniej strategii — aniżeli w sytuacji S'.

Do dalszych rozważań potrzebne nam będzie jeszcze pojęcie sytuacji stabilnej.

Sytuacja $S = (X, \varphi, \mu)$ jest *stabilna*, jeżeli dla każdej sytuacji $S' = (X, \varphi', \mu)$ oraz dowolnego łupu q sytuacja S' nie jest lepsza niż sytuacja S dla dowolnego $x \in X$; w przeciwnym przypadku sytuacja S jest *niestabilna*.

A więc sytuacja S jest stabilna, gdy przy dowolnym łupie żadna jej zmiana nie powiększy zysku żadnego obiektu.

Sytuacje stabilne charakteryzuje następujące twierdzenie:

● **Twierdzenie 4**
Sytuacja $S = (X, \varphi, \mu)$ jest stabilna wtedy i tylko wtedy, gdy w jej skład wchodzą dokładnie dwa obiekty o jednakowej sile, będące w przyjaźni bądź wzajemnie neutralne.

Jest to ciekawa własność, skłaniająca do smętnych myśli. Refleksje pozostawiamy Czytelnikowi, sformułujemy zaś najważniejsze twierdzenie niniejszej pracy, a mianowicie:

● **Twierdzenie (smutne) 5**
Dla każdej niestabilnej bezkonfliktowej sytuacji $S = (X, \varphi, \mu)$ istnieje konfliktowa sytuacja $S' = (X, \varphi', \mu)$, taka że S' jest lepsza niż S dla każdego $x \in X^+$ oraz $q > \bar{\mu}(X)$.

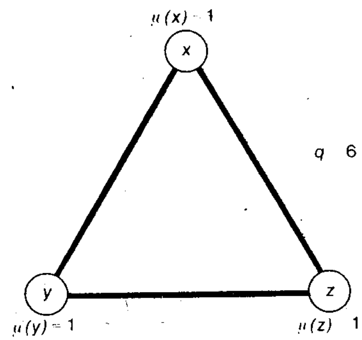
Twierdzenie to mówi, że jeżeli łup jest odpowiednio duży (ma wartość większą niż siła wszystkich obiektów), to wojna jest korzystniejsza niż pokój, dla tych oczywiście, co w tej wojnie zwyciężą. Wyjątek stanowi sytuacja stabilna, tj. taka sytuacja pokojowa, w której mamy tylko dwa jednakowo silne obiekty. Gdy tych obiektów jest więcej niż dwa, a łup odpowiednio duży, pokój się „nie opłaca". Dla niektórych obiektów walka o mały łup jest nieopłacalna, gdyż to, co można uzyskać z podziału łupu, nie stanowi rekompensaty strat, powstałych w wyniku zwalczania konkurentów.

To, co powiedzieliśmy tutaj, wyjaśnia, jak sądzimy, jedną z ważniejszych przyczyn powstawania konfliktów.

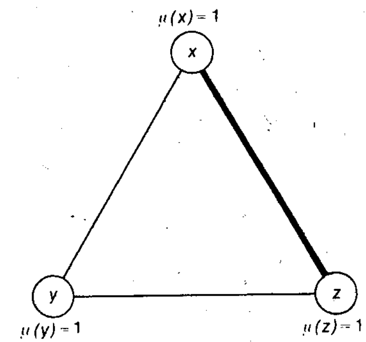
Zilustrujemy powyższe rozważania przykładem.

Rozpatrzmy sytuację pokazaną na rys. 48, w której mamy trzy obiekty: x, y, z, o jednakowej sile, równej 1, oraz łup $q = 6$.

Przy pokojowym podziale łupu każdy obiekt otrzyma jednakową jego część, a mianowicie 2, i w rezultacie — siła każdego obiektu po podziale łupu będzie wynosiła 3.



Rysunek 48



Rysunek 49

Jeżeli przyjmiemy sytuację przedstawioną na rys. 49, w której obiekty x i z są sprzymierzone przeciwko obiektowi y, oraz strategię:

$$\lambda(x, y) = \lambda(y, x) = \tfrac{1}{2}$$
$$\lambda(z, y) = \lambda(y, z) = \tfrac{1}{2},$$

to obiekt y zostanie zniszczony, obiekty x i z zaś podzielą łup tylko między siebie. W wyniku tego siła każdego z nich będzie wynosić $3\frac{1}{2}$, a zatem więcej niż poprzednio.

Gdybyśmy przyjęli, że wartość łupu wynosi 2, to w przypadku pokojowego podziału każdy obiekt zwiększy swą siłę o $\frac{2}{3}$, tj. osiągnie siłę $1\frac{2}{3}$. Natomiast, gdybyśmy przyjęli sytuację taką, jak na rys. 49, to w wyniku konfliktu siła obiektów x i z będzie wynosiła $1\frac{1}{2}$, a więc mniej niż w poprzednim przypadku.

Gdyby łup miał wartość 3, to zarówno przy podziale pokojowym, jak i konfliktowym siła obiektów byłaby taka sama, a mianowicie wynosiłaby 2.

Dokładniejsze przemyślenie tego twierdzenia pozostawiamy Czytelnikowi.

3.4. DOWÓD TWIERDZENIA SMUTNEGO

Podamy teraz dowód najważniejszego twierdzenia naszej pracy. Jest on bardzo prosty i ma charakter rachunkowy. Prześledzenie tego dowodu pozwoli Czytelnikowi zrozumieć lepiej istotę omawianego twierdzenia.

Załóżmy, że dana jest sytuacja konfliktowa niestabilna: $S' = (X, \varphi', \mu)$ oraz łup q.

Jeżeli łup q zostanie podzielony między obiekty należące do X, zgodnie z zasadami podanymi w podrozdziale 3.1, to w rezultacie siła każdego obiektu będzie wynosić:

$$\mu^q(x) = \mu(x) + \frac{\mu(x)}{\bar{\mu}(X)} q \qquad (1).$$

Mamy pokazać, że istnieje sytuacja konfliktowa $S = (X, \varphi, \mu)$, lepsza niż S', dla pewnych $x \in X$, o ile tylko $q > \bar{\mu}(X)$, tj. że istnieje strategia λ w S, taka że:

$$\mu^q_{\lambda'}(x) < \mu^q_\lambda(x) \qquad (2),$$

dla pewnych $x \in X$, gdzie λ' jest dowolną strategią w S'.

Ponieważ S' jest sytuacją bezkonfliktową — to istnieje w niej tylko jedna strategia, strategia *zerowa*, tj. taka, która każdej parze obiektów przypisuje wartość zero. Możemy ją więc pominąć i nierówność (2) przepisać w postaci następującej:

$$\mu^q(x) < \mu^q_\lambda(x) \qquad (3),$$

dla pewnych $x \in X$.

Po lewej stronie tej nierówności mamy siłę obiektu x po pokojowym podziale łupu, po prawej zaś stronie — siłę obiektu x po podziale łupu w sytuacji konfliktowej S.

Przyjmujemy, że sytuacja bezkonfliktowa $S' = (X, \varphi', \mu)$ została zastąpiona sytuacją konfliktową $S = (X, \varphi, \mu)$ taką, że w sytuacji S występują dwa bloki obiektów Y oraz $X - Y$ takie, że:

$$\bar{\mu}(Y) > \bar{\mu}(X - Y) \qquad (4),$$

oraz bloki te są w konflikcie totalnym.

Przejście takie od sytuacji bezkonfliktowej do sytuacji, w której mamy dwa bloki będące w konflikcie totalnym, będziemy nazywać *rozłamem sytuacji bezkonfliktowej*, podzbiory zaś: Y, $X - Y$ nazwiemy *blokami rozłamu*. Blok o większej sile będziemy nazywać *blokiem zwycięskim*. Ponieważ sytuacja wyjściowa jest niestabilna, podział taki istnieje zawsze.

Przyjmijmy jako strategię λ w sytuacji S funkcję określoną następująco:

$$\bar{\lambda}(x) = \bar{\mu}(X-Y) \cdot \frac{\mu(x)}{\bar{\mu}(Y)} \qquad (5).$$

Strategia ta polega na tym, że każdy obiekt bloku Y niszczy $\frac{\mu(x)}{\bar{\mu}(Y)}$ siły przeciwnika $\bar{\mu}(X - Y)$, a więc proporcjonalnie do swej siły w stosunku do siły bloku Y.

Pokażemy, że przy tak przyjętych sytuacji konfliktowej oraz strategii zachodzi nierówność (3) dla dowolnych $x \in Y$, o ile tylko $q > \bar{\mu}(X)$.

Ponieważ:

$$\mu^q_\lambda(x) = \mu_\lambda(x) + \frac{\mu_\lambda(x)}{\bar{\mu}_\lambda(Y)} \cdot q \qquad (6),$$

więc, na podstawie (1) oraz (6), nierówność (3) możemy przepisać w postaci:

$$\mu(x) + \frac{\mu(x)}{\bar{\mu}(X)} \cdot q < \mu_\lambda(x) + \frac{\mu_\lambda(x)}{\bar{\mu}_\lambda(Y)} \qquad (7).$$

Zauważmy, że:

$$\mu_\lambda(x) = \mu(x) - \bar{\lambda}(x) \qquad (8).$$

Biorąc pod uwagę (5), równość (8) możemy przepisać w postaci:

$$\mu_\lambda(x) = \mu(x) - \bar{\mu}(X-Y)\cdot\frac{\mu(x)}{\bar{\mu}(Y)} \qquad (9).$$

Podstawiając (9) do prawej strony nierówności (7) i biorąc pod uwagę, że:

$$\bar{\mu}_\lambda(Y) = \bar{\mu}(Y) - \bar{\mu}(X-Y),$$

po odpowiednich przekształceniach, otrzymamy, że nierówność (7) zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy $q > \bar{\mu}(X)$, co właśnie należało okazać.

Łatwo również policzyć, że przy przyjętych założeniach zachodzi równość następująca:

$$\frac{\mu(x)}{\bar{\mu}(X)} = \frac{\mu_\lambda(x)}{\bar{\mu}_\lambda(X_\lambda^+)} \qquad (10),$$

gdzie $X_\lambda^+ = Y$, co oznacza, że każdy zwycięzca dostaje taką część łupu, jaką część sił przeciwnika zwalczył. Jest to więc w jakimś sensie podział sprawiedliwy (zabawną anegdotę ilustrującą powyższą zasadę podziału można znaleźć w książce M. Eigena i R. Winklera, *Gra*[3]). Oczywiście, ci, którzy z uczestnictwa w tym podziale zostali wyeliminowani, mogą mieć na ten temat inne zdanie.

Wracając do dowodu twierdzenia smutnego — łatwo zauważyć na jego podstawie, jak sytuacja bezkonfliktowa przeradza się w sytuację konfliktową, i co jest tego przyczyną.

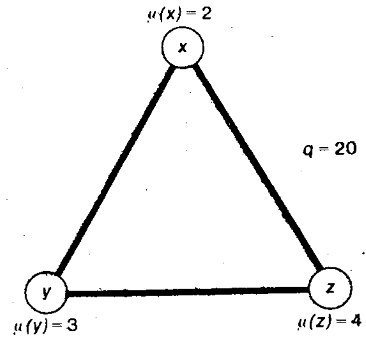
Oczywiście, sytuacji konfliktowych, spełniających nasze twierdzenie, może być wiele. Bliższą analizą tego problemu zajmiemy się w następnym podrozdziale.

3.5. JAK TWORZYĆ KOALICJE?

Zanim sformułujemy ściśle problem zasygnalizowany w tytule niniejszego podrozdziału, pokażemy kilka przykładów, które wywołają u Czytelnika pewne intuicje dotyczące podziału obiektów na bloki, tworzące koalicje.

Rozpatrzmy sytuację pokazaną na rys. 50 (zob. s. 63).

W sytuacji tej mamy trzy obiekty: x, y, z, będące w przyjaźni, o siłach — odpowiednio — 2, 3, 4. Przyjmijmy, że wartość łupu wynosi



Rysunek 50

20. Przy pokojowym podziale łupu wymienione obiekty otrzymają — kolejno — $4\frac{4}{9}$, $6\frac{2}{3}$ oraz $8\frac{8}{9}$ łupu, po czym ich siły wynosić będą — odpowiednio — $6\frac{4}{9}$, $9\frac{2}{3}$ oraz $12\frac{8}{9}$.

W rozpatrywanej sytuacji może wystąpić rozłam na trzy sposoby. Przy każdym z nich dwa obiekty występują przeciwko trzeciemu.

Podział łupu w warunkach pokojowych oraz przy różnych rozłamach podajemy w tabeli 1:

Tabela 1

Blok zwycięski	x	y	z
$x\ y\ z$	$4\frac{4}{9}$	$6\frac{2}{3}$	$8\frac{8}{9}$
$x\ y$	8	12	0
$y\ z$	0	$8\frac{4}{7}$	$11\frac{3}{7}$
$z\ x$	$6\frac{2}{3}$	0	$13\frac{1}{3}$

Pierwszy wiersz tabeli obrazuje podział łupu w warunkach pokojowych.

Tabela 2

Blok zwycięski	x	y	z	$x+y+z$
$x\ y\ z$	$6\frac{4}{9}$	$9\frac{2}{3}$	$12\frac{8}{9}$	29
$x\ y$	$8\frac{2}{5}$	$12\frac{2}{5}$	0	21
$y\ z$	0	$9\frac{6}{7}$	$13\frac{1}{7}$	23
$z\ x$	$7\frac{1}{3}$	0	$14\frac{1}{3}$	$21\frac{2}{3}$

W tabeli 2 podano siły obiektów po podziale łupu przy różnych rozłamach.

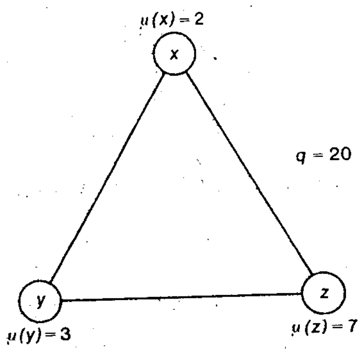
Analizując przedstawione tabele, można zauważyć, że z punktu widzenia indywidualnego obiektu najkorzystniej wybierać możliwie najsłabszych sojuszników tak, aby zapewnić sobie minimalną przewagę nad blokiem przeciwnym, natomiast z punktu widzenia interesów bloku jako całości najkorzystniej zdobyć maksymalną przewagę nad blokiem przeciwnika, tj. napadać najsłabszych. W tym przypadku najlepszy jest zresztą podział łupu w warunkach pokojowych, gdyż daje maksymalną siłę, będącą sumą sił wszystkich obiektów — nie została bowiem „zmarnowana" żadna siła na walkę z przeciwnikiem.

Mamy tu więc sprzeczność interesów indywidualnych i grupowych. Dokładniejsze przemyślenie tego faktu pozostawiamy Czytelnikowi. Życie codzienne, prasa, radio dostarczają wiele materiału, nad którym warto się zadumać.

Rozpatrzmy jeszcze przykład sytuacji pokazanej na rys. 51.

Sytuacja ta różni się od poprzedniej tym, że tam mieliśmy równowagę strachu (wszystkie obiekty były słabe), tu zaś mamy jeden obiekt silny (jest nim z).

Dla obiektu silnego najkorzystniejsze jest nietworzenie żadnych bloków w rozłamie, gdyż on sam potrafi zwalczyć wszystkich swych przeciwników. A więc również i w tym przypadku zachowana jest zasada minimalnej przewagi.



Rysunek 51

Przystąpimy obecnie do ścisłego sformułowania powyższych rozważań.

Niech $S = (X, \varphi, \mu)$ będzie sytuacją bezkonfliktową i niech dane będą

dwa rozłamy tej sytuacji, R_1 i R_2, o blokach — odpowiednio — Y_1, $X - Y_1$ oraz Y_2, $X - Y_2$, przy czym:

$\bar{\mu}(Y_1) > \bar{\mu}(X - Y_1)$ oraz $\bar{\mu}(Y_2) > \bar{\mu}(X - Y_2)$.

Rozłamom tym odpowiadają dwie sytuacje:

$S_1 = (X, \varphi_1, \mu)$ oraz $S_2 = (X, \varphi_2, \mu)$,

gdzie φ_1, φ_2 są funkcjami jednoznacznie wyznaczonymi, odpowiednio, przez oba rozłamy.

W dalszym ciągu sytuacje S_1 i S_2 będziemy utożsamiać z odpowiadającymi im rozłamami.

Powiemy, że rozłam R_1 jest *korzystniejszy* niż rozłam R_2 do podziału łupu q dla $x \in Y_1 \cap Y_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\mu^q_{\lambda_1}(x) > \mu^q_{\lambda_2}(x),$$

gdzie λ_1 i λ_2 są strategiami maksymalnymi w sytuacjach S_1 i S_2.

● TWIERDZENIE 6

Rozłam R_1 sytuacji S jest korzystniejszy niż rozłam R_2 sytuacji S do podziału łupu $q > \bar{\mu}(X)$, dla każdego $x \in Y_1 \cap Y_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\bar{\mu}(Y_2) > \bar{\mu}(Y_1).$$

Dowód tego twierdzenia jest podobny do dowodu twierdzenia smutnego i nie będziemy go tutaj przytaczać.

Intuicyjny sens twierdzenia 6 jest oczywisty. Przy przyjętych zasadach podziału łupu (tj. obiekt x bierze udział w podziale łupu w takim stosunku, w jakim brał udział w zniszczeniu przeciwnika) każdy obiekt powinien dążyć do zapewnienia sobie maksymalnego stosunku swej siły do siły bloku. Wprawdzie będzie to wymagało maksymalnego udziału w zniszczeniu przeciwnika, ale zapewni również maksymalny udział w podziale łupu. Ponieważ łup jest większy niż siły przeciwnika, postępowanie takie okaże się korzystne.

Przed sformułowaniem następnego twierdzenia podamy niezbędne definicje.

Powiemy, że rozłam R_1 jest *korzystniejszy* dla bloku Y_1 niż rozłam R_2 dla bloku Y_2 do podziału łupu $q > \bar{\mu}(X)$, gdy:

$$\bar{\mu}^q_{\lambda_1}(Y_1) > \bar{\mu}^q_{\lambda_2}(Y_2),$$

gdzie:

$$\bar{\mu}^{q}_{\lambda_1}(Y_1) = \sum_{x \in Y_1} \mu^{q}_{\lambda_1}(x)$$

oraz

$$\bar{\mu}^{q}_{\lambda_1}(Y_2) = \sum_{x \in Y_2} \mu^{q}_{\lambda_2}(x).$$

● TWIERDZENIE 7

Rozłam R_1 sytuacji bezkonfliktowej S jest korzystniejszy dla Y_1 niż rozłam R_2 sytuacji S dla Y_2 do podziału łupu q > $\bar{\mu}(X)$ wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\bar{\mu}(Y_1) > \bar{\mu}(Y_2).$$

Dowód tego twierdzenia jest również podobny do dowodu twierdzenia smutnego.

Z twierdzenia 7 widać, że najkorzystniejsza do podziału łupu z punktu widzenia „całego zbioru X ” jest sytuacja bezkonfliktowa.

Zakończenie

Rozpatrywany tutaj model sytuacji konfliktowych budzi wiele refleksji. Pozwala ujrzeć mnóstwo dalszych problemów.

Przypomnijmy, że badaliśmy rozwój sytuacji konfliktowych z trzech punktów widzenia, tzn. biorąc pod uwagę:

(1) własności relacji przyjaźni i relacji konfliktu,

(2) siłę obiektów,

(3) podział łupu.

W każdym z wymienionych trzech przypadków przyjmowaliśmy możliwie najprostsze założenia. Na pewno byłoby interesujące ich dokładniejsze zbadanie, a w szczególności dokładniejsze zbadanie konsekwencji narzucenia na relacje przyjaźni i konfliktu innych jeszcze warunków niż te, które były przyjmowane tutaj.

Również strategie rozpatrywane w tej pracy były bardzo proste. Rzeczą interesującą byłoby przebadanie innych strategii, bardziej realistycznych: badanie nie tylko równowagi strachu, ale również doboru strategii z punktu widzenia określonego obiektu czy grupy obiektów. Ta tematyka związana jest ściśle z teorią gier i, być może, wystarczyłoby przenieść tutaj odpowiednie rezultaty z owej teorii.

Wreszcie, przyjęte w naszych rozważaniach zasady podziału łupu wydają się najprostsze z możliwych. Warto byłoby przebadać bardziej interesujące zasady tego podziału.

Nie poruszono tutaj ważnego problemu niepełności informacji w sytuacjach konfliktowych. Niepełność ta może dotyczyć różnych aspektów konfliktu. Po pierwsze, mogą nie być w pełni znane stosunki między obiektami. Możemy nie wiedzieć, czy jakieś obiekty są w przyjaźni, w konflikcie czy też są wzajemnie neutralne. Po drugie, może nie być znana siła niektórych obiektów. Po trzecie wreszcie, może nie być znana wielkość łupu.

Brak pełnej informacji o stanie sytuacji konfliktowej może mieć zasadnicze znaczenie dla doboru odpowiedniej strategii przez obiekty. Można tu zresztą myśleć o modelach, w których uwzględnia się także wiedzę każdego obiektu o sile pozostałych obiektów i stosunkach między nimi, tworząc w ten sposób dość już złożony model sytuacji konfliktowych.

Interesujące wydawałoby się również uwzględnienie „siły” przyjaźni bądź konfliktu przez wprowadzenie odpowiednich wag, wyrażających, jak silnie obiekty związane są przyjaźnią czy też konfliktem.

Równie interesujący wydaje się mechanizm tworzenia koalicji. Rozpatrywany model wskazuje, że różne mogą być przyczyny ich powstawania. Sprawy te nie zostały tu nawet w pełni zdefiniowane.

Zagadnień nie zbadanych jest znacznie więcej. Czytelnik sam z łatwością je zauważy.

Nie wspomnieliśmy w ogóle o zastosowaniach prezentowanego tu modelu. Na pewno byłoby rzeczą interesującą zbadanie, na ile model ten byłby przydatny do analizy sytuacji politycznych lub socjologicznych (w zestawieniu z innymi modelami). Podana tutaj literatura mogłaby stanowić dobry punkt wyjścia rozważania tego zagadnienia.

Najcenniejsze jednakże, jeśli mowa o stosowaniu podanych tu idei, byłoby — w moim przekonaniu — zrozumienie dzięki nim przez strony będące w konflikcie mechanizmów konfliktów, a także wyciągnięcie właściwych wniosków z dwu ostatnich podrozdziałów niniejszej książeczki. Wydaje mi się, że o to zastosowanie najtrudniej.

Literatura

[1] Dorclan P., *Interaction under Conditions of Crisis: Applications of Graph Theory to International Relations*, „Peace Research Society International Papers” 11 (1969), s. 89 - 107.

[2] Dowly A., *Conflict in War Potential Politics*, „Peace Research Society International Papers” 13 (1970), s. 85 - 105.

[3] Eigen M. Winkler R., *Gra*, PIW, Warszawa 1983.

[4] Harary F., *Who Eats Whom*, „General Systems” 6 (1961), s. 41 - 44.

[5] Harary F., *A Structural Analysis of the Situation in the Middle East in 1956*, „Journal of Conflict Resolution” 5 (1962), s. 167 - 178.

[6] Hart J., *Structures of Influence and Cooperation – Conflict*, „International Interactions” 1 (1974), s. 141 - 162.

[7] Hart J., *Symmetry and Polarization in the European International System, 1870 - 79: A Methodological Study*, „Journal of Peace Research” 11 (1974), s. 229 - 244.

[8] Healy B., Stein A., *The Balance of Power in International History*, „Journal of Conflict Research” 17 (1973) s. 33 - 61.

[9] Kanczewski A., *A Working Paper on Regular Configurations Versus Elementary Particles Physics* (maszynopis, 1985).

[10] Kanczewski A., *On Regular Configurations*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics” 33, 11 - 12 (1985), s. 685 - 692.

[11] Koutny M., Żakowski W., *Identification of Regular Configurations with Partial Information*, „International Journal of Man-Machine Studies” 22 (1985), s. 581 - 587.

[12] Morissette J. O., *An Experimental Study of the Theory of Structural Balance*, „Human Relations” 11 (1958), s. 239 - 254.

[13] Nabiałek I., *Functional Configuration and Degress of Engagement*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics” 35 (1987) (w druku).

[14] Nguen Van Xuat, *Security in the Theory of Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics” 32 (1984), s. 539 - 541.

[15] Nguen Van Xuat, *Wybrane zagadnienia matematycznej teorii konfliktów*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1986.
[16] Nguen Van Xuat, *The Factor of Security in the Theory of Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 35 (1987) (w druku).
[17] Novman R. Z., Roberts F. S., *A Derivation of a Measure of Relative Balance for Social Structures and a Characterization of Extensive Ratio Systems*, „Journal of Mathematics and Psychology" 9 (1972), s. 66 - 91a.
[18] Pawlak Z., *About Conflicts*, „Institute of Computer Science of the Polish Academy of Science Reports" 451 (1981).
[19] Pawlak Z., *On Conflicts*, „International Journal of Man-Machine Studies" (1984).
[20] Roberts F., *Discrete Mathematical Models with Application to Social, Biological and Environmental Problems*, Englewood Cliffs, Prince Hall Inc. 8 (1976).
[21] Wąsowski J., *Existence of the Balanced Strategy in Theory of Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics", 35 (1987) (w druku).
[22] Wiweger A., *On the Notation of a Conflict*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 34, 5 - 6 (1986), s. 381 - 391.
[23] Żakowski W., *Konflikty regularne i nieregularne*, „Institute of Computer Science of the Polish Academy of Science Reports" 480 (1982).
[24] Żakowski W., *Rozpoznawanie konfiguracji regularnych w teorii konfliktów*, „Institute of Computer Science of the Polish Academy of Science Reports" 514 (1983).
[25] Żakowski W., *Badanie układu równań sytuacji zrównoważonej w teorii konfliktów*, „Institute of Computer Science of the Polish Academy of Science Reports" 521 (1983).
[26] Żakowski W., *On a New Characteristic of Regular Configuration in the Theory of Conflict Situations*, „Demonstratio Mathematicae" 17, 1 (1984), s. 211 - 218.
[27] Żakowski W., *Investigation of the Balanced Situation in Theory of Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 32, 7 - 8 (1984), s. 379 - 382.
[28] Żakowski W., *On Profitable Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 32, 7 - 8 (1984), s. 383 - 385.
[29] Żakowski W., *The Quasi-regular Configurations in Theory of Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 32, 7 - 8 (1984), s. 375 - 377.
[30] Żakowski W., *On Importance of Exploitation and Help in the Theory of Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 32, 9 - 10 (1984), s. 535 - 537.
[31] Żakowski W., *The Balanced State in a Total-conflict Situation*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics", 33 (1985), s. 487 - 491.
[32] Żakowski W., *On Some Properties of Sets of Configurations in Theory of Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 34 (1986), s. 123 - 126.
[33] Żakowski W., *Matrices of Configurations and their Applications in Theory of Conflicts*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 35 (1987) (w druku).
[34] Żakowski W., *On Extanding of the Class of Conflict Situations*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 35 (1987) (w druku).
[35] Żakowski W., *The Balanced Strategy in an Oriented Total-conflict*, „Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Mathematics" 35 (1987) (w druku).

Spis rzeczy