$T = (\Sigma, \vdash)$ jest <u>teorią regularną</u> jeśli spełnia następujące warunki dla dowolnego $\alpha \in \Sigma$ oraz dowolnych zbiorów typów $\Gamma, \Gamma', \Delta, \Delta', \Sigma', \Sigma_0, \Sigma_1 \subseteq \Sigma$

1. $\alpha \vdash \alpha$ (identyczność, zwrotność)

2. $\Gamma \vdash \Delta \longrightarrow \Gamma, \Gamma' \vdash \Delta, \Delta'$ (osłabienie)

3. (dla każdego podziału (Σ_0, Σ_1) zbioru Σ': $\Gamma, \Sigma_0 \vdash \Delta, \Sigma_1$) $\longrightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ (globalne cięcie)

Fakt. Każda teoria regularna $T = (\Sigma, \vdash)$ spełnia następujące warunki

1. Skończone cięcie: Jeśli $\Gamma, \alpha \vdash \Delta$ oraz $\Gamma \vdash \Delta, \alpha$ to $\Gamma \vdash \Delta$.
2. Podział: Jeśli $\Gamma' \vdash \Delta'$ dla każdego podziału Σ takiego, że $(\Gamma', \Delta') \geq (\Gamma, \Delta)$ to $\Gamma \vdash \Delta$.

$$(\Gamma, \Delta) \leq (\Gamma', \Delta') \overset{df}{\longleftrightarrow} \Gamma \subseteq \Gamma' \ \&\ \Delta \subseteq \Delta'$$

Fakt. Jeśli teoria $T = (\Sigma, \Delta)$ spełnia warunki: Osłabianie i Podziału to T jest regularna.

$\alpha \vdash \alpha$: dla $\Gamma = \Delta = \{\alpha\}$ nie istnieje podział Σ rozszerzający $(\{\alpha\}, \{\alpha\})$
globalne cięcie: Niech $\Gamma, \Sigma_0 \vdash \Delta, \Sigma_1$ dla każdego podziału (Σ_0, Σ_1) zbioru Σ'. Wystarczy
(z w. podziału) pokazać, że $\Gamma, \Sigma_0 \vdash \Delta, \Sigma_1$ dla każdego podziału (Σ_0, Σ_1) zbioru Σ
ale każdy taki podział jest rozszerzeniem podziału Σ' i można zastosować warunek osłabiania.

Sekwent (Γ, Δ) teorii $T = (T, \vdash)$ jest T-niesprzeczny jeśli $\Gamma \not\vdash \Delta$.

Fakt. Jeśli A – klasyfikacja i $\Gamma, \Delta \subseteq typ(A)$ to następujące warunki są równoważne:

1. (Γ, Δ) jest $Th(A)$-niesprzeczny
2. (Γ, Δ) jest podsekwentem opisu stanu dla pewnego $a \in tok(A)$ tzn. $\Gamma \subseteq \{\alpha \in typ(A) : a \models_A \alpha\}$
$\Delta \subseteq \{\alpha \in typ(A) : a \not\models_A \alpha\}$.
3. Istnieje token a taki, że a jest kontrprzykładem dla (Γ, Δ).

Fakt. Każda teoria $T = (\Sigma, \vdash)$ regularna spełnia n-cy warunek: $\Gamma \vdash \Delta$ wtw nie istnieje T-niesprzeczny podział Σ będący rozszerzeniem (Γ, Δ).

Każda teoria spełniająca ten warunek jest regularna.

Fakt. Każdy zbiór P podziałów Σ jest zbiorem niesprzecznych podziałów jednoznacznie wyznaczonej teorii regularnej na Σ.

Dowód. $\Gamma \vdash \Delta$ wtw nie istnieje w P podział będący rozszerzeniem (Γ, Δ).

Teorie

Σ - zbiór ; $\Gamma, \Delta \subseteq \Sigma$; (Γ, Δ) - sekwent

$\vdash \subseteq \Sigma \times \Sigma$ relacja binarna nazywana relacją konsekwencji

Teoria nad Σ jest parą $T = (\Sigma, \vdash)$ gdzie $\vdash$ - rel. konsekwencji

Zbiór węzłów T : $\{(\Gamma, \Delta) : \Gamma \vdash \Delta\}$.

$T = (typ(T), \vdash_T)$

Definicja interpretacji $f : T_1 \longrightarrow T_2$

$T_i = (typ(T_i), \vdash_{T_i})$ $(i = 1, 2)$ jeśli dla każdego $\Gamma, \Delta \subseteq$

$f : typ(T_1) \longrightarrow typ(T_2)$ nazywamy interpretacją T_1 w T_2

$typ(T_1)$ jeśli $\Gamma \vdash_{T_1} \Delta$ to $f[\Gamma] \vdash_{T_2} f[\Delta]$.

Uwaga. Jeśli $f : A \rightleftarrows B$ to $Th(f) : Th(A) \longrightarrow Th(B)$ jest interpretacją

jeśli $Th(f)(\alpha) = f^{\wedge}(\alpha)$ dla $\alpha \in typ(A)$.

Twierdzenie o reprezentacji. Dla każdej regularnej teorii T istnieje klasyfikacja

$Cla(T)$ taka, że $T = Th(Cla(T))$.

$T = (\Sigma, \vdash)$ – teoria regularna

$Cla(T)$

- tokens : T – niesprzeczne podziały Σ : (Γ, Δ)
- typy : Σ
- $(\Gamma, \Delta) \models_{Cla(T)} \alpha \overset{def}{\longleftrightarrow} \alpha \in \Gamma$ (lub równoważnie $\alpha \notin \Delta$)

Jeśli $f : T \to T'$ jest interpretacją to definiujemy <u>infomorfizm</u>

$$Cla(f) : Cla(T) \rightleftarrows Cla(T')$$

a) $Cla(f)^{\wedge}(\alpha) = f(\alpha)$ dla $\alpha \in typ(T)$

b) $Cla(f)^{\vee}((\Gamma, \Delta)) = (f^{-1}[\Gamma], f^{-1}[\Delta])$ dla $(\Gamma, \Delta) \in tok(Cla(T'))$

<u>Uwaga</u> $(f^{-1}[\Gamma], f^{-1}[\Delta]) \in tok(Cla(T))$ tzn. jest to T niesprzeczny podział, bo (Γ, Δ) jest T'-niesprzecznym podziałem a f jest interpretacją

Aby sprawdzić $(\Gamma, \Delta) \models_{Cla(T')} f(\alpha)$ wtw $(f^{-1}[\Gamma], f^{-1}[\Delta]) \models_{Cla(T)} \alpha$

$\Updownarrow$ $\qquad\qquad$ $\Updownarrow$

$f(\alpha) \in \Gamma$ $\qquad\qquad$ $\alpha \in f^{-1}[\Gamma]$

Tw. Dla każdej regularnej teorii T : $T = Th(Cla(T))$.

Dowód

1. obie teorie mają ten sam zbiór typów.
2. Niech $\Gamma \vdash_T \Delta$. Należy pokazać, że $\Gamma \models_{Cla(T)} \Delta$.

Tokeny w $Cla(T)$ są podziałami (Γ', Δ') zbioru Σ takimi, że $\Gamma' \nvdash_T \Delta'$

Przypuśćmy, że (Γ', Δ') nie spełnia (Γ, Δ). Wtedy $\Gamma \subseteq \Gamma'$ ale $\Delta \cap \Gamma' = \emptyset$.
Wtedy $(\Gamma, \Delta) \leq (\Gamma', \Delta')$ (bo (Γ', Δ') - podział) ale w ten sposób otrzymujemy sprzeczność z warunkiem osłabienia.

Przypuśćmy teraz, że $\Gamma' \nvdash_T \Delta'$. Wtedy z tw. o podziale (istnieje podział) (Γ'', Δ'') zbioru $typ(T)$ rozszerzający (Γ', Δ') taki, że $\Gamma'' \nvdash_T \Delta''$. Ale wtedy (Γ'', Δ'') jest kontrprzykładem dla (Γ, Δ) w $Cla(T)$ $[(\Gamma'', \Delta'') \not\models_{Cla(T)} (\Gamma, \Delta)$: $\Gamma \subseteq \Gamma''$ i $\Delta \cap \Gamma'' = \emptyset$ $]$.

Podobnie można pokazać, że $f = Th(Cla(f))$. [Th jest interpretacją $Th(Cla(f)) \cancel{\models} Cla(f)^{\wedge}(\alpha)$]

Wniosek. Każda teoria regularna jest $Th(A)$ dla pewnej klasyfikacji A.
Każda interpretacja jest $Th(f)$ dla pewnego infomorfizmu f.

Niech $T' = (\Sigma', \vdash_{T'})$ będzie teorią regularną i niech $f : \Sigma \longrightarrow \Sigma'$.
$f^{-1}[T] \overset{df}{=} (\Sigma, \vdash)$ gdzie $\Gamma \vdash \Delta$ wtw $f[\Gamma] \vdash_{T'} f[\Delta]$.

<u>Fakt.</u> $f^{-1}[T]$ jest regularna. Jest to największa teoria regularna taka, że $f : T \to T'$ jest interpretacją.

Niech $T = (\Sigma, \vdash_{T})$ będzie teorią regularną oraz niech $f : \Sigma \to \Sigma'$.
$f[T]$ ~~df~~ to teoria, której zbiorem typów jest Σ' a teoria jest wyznaczona przez jej niesprzeczne podzbiory: podział (Γ, Δ) zbioru Σ' jest $f[T]$-niesprzeczny wtw $(f^{-1}[\Gamma], f^{-1}[\Delta])$ jest T-niesprzeczny.

Fakt. $f[T]$ jest teorią regularną. $f[T]$ jest najmniejszą teorią T' na Σ' taką, że $f : typ(T) \to T'$ jest interpretacją.

Def. Jeśli $T_i = (typ(T_i), \vdash_{T_i})$ dla $i = 1, 2$ są teoriami, to $T_1 \sqsubseteq T_2$ wtt dla dowolnych $\Gamma, \Delta \subseteq typ(T_1)$ jeśli $\Gamma \vdash_{T_1} \Delta$ to $\Gamma \vdash_{T_2} \Delta$.

Jeśli T_1, T_2 są teoriami regularnymi na Σ to $T_1 \sqcup T_2$ oznacza najmniejsze ograniczenie górne dla T_1, T_2 (względem $\sqsubseteq$). Jest to najmniejsza teoria regularna zawierająca T_1 i T_2; $T_1 \sqcap T_2$ jest największym ograniczeniem dolnym T_1, T_2 (względem $\sqsubseteq$). Jest to teoria regularna $T = (\Sigma, \vdash)$ taka, że $\Gamma \vdash \Delta$ wtt $\Gamma \vdash_{T_1} \Delta$ oraz $\Gamma \vdash_{T_2} \Delta$.

<u>Logiki lokalne</u>

$$\mathcal{L} = (\underbrace{\mathrm{tok}(\mathcal{L}),\ \mathrm{typ}(\mathcal{L}),\ \models_{\mathcal{L}}}_{\mathrm{cla}(\mathcal{L})\text{ - klasyfikacja } \mathcal{L}},\ \vdash_{\mathcal{L}},\ N_{\mathcal{L}})$$

$\mathrm{th}(\mathcal{L}) = (\mathrm{tok}, \vdash_{\mathcal{L}})$ - teoria regularna

$N_{\mathcal{L}} \subseteq \mathrm{tok}(\mathcal{L})$
tokeny normalne, o których zakłada się, że spełniają każdy sekwent z $\mathrm{th}(\mathcal{L})$

$\mathcal{L}$ jest "sound" jeśli każdy token z $\mathrm{tok}(\mathcal{L})$ jest normalny

$\mathcal{L}$ jest "complete" jeśli każdy sekwent spełniony przez każdy normalny token jest sekwentem z $\mathrm{th}(\mathcal{L})$.

$\mathbb{A}$ - klasyfikacja $\quad \mathrm{Log}(\mathbb{A}) = (~~cla~~\ \mathbb{A},\ \mathrm{Th}(\mathbb{A}),\ \mathrm{tok}(\mathbb{A}))$.

Sumy logik.

$\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$:

$$cla(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) = cla(\mathcal{L}_1) + cla(\mathcal{L}_2)$$

$$th(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) = th(\mathcal{L}_1) + th(\mathcal{L}_2)$$

$$N_{\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2} = N_{\mathcal{L}_1} \times N_{\mathcal{L}_2}$$

T, T' – teorie regularne
$T+T'$ – teoria której
- $typ(T+T')$ jest sumą rozłączną $typ(T)$, $typ(T')$
- dla $\Gamma_1, \Delta_1 \subseteq typ(T)$, $\Gamma_2, \Delta_2 \subseteq typ(T')$

$\Gamma_1, \Gamma_2 \vdash_{T+T'} \Delta_1, \Delta_2$ wtw $\Gamma_1 \vdash_T \Delta_1$ oraz $\Gamma_2 \vdash_{T'} \Delta_2$

$\mathcal{L}_1 \sqsubseteq \mathcal{L}_2$ wtw $th(\mathcal{L}_1) \sqsubseteq th(\mathcal{L}_2)$ oraz $N_{\mathcal{L}_2} \subseteq N_{\mathcal{L}_1}$.

$\mathcal{L}_1 \sqcup \mathcal{L}_2$ gdzie $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ lokalne logiki dla A-klasyfikacji :

$$th(\mathcal{L}_1 \sqcup \mathcal{L}_2) = th(\mathcal{L}_1) \sqcup th(\mathcal{L}_2)$$

$$N_{\mathcal{L}_1 \sqcup \mathcal{L}_2} = N_{\mathcal{L}_1} \cap N_{\mathcal{L}_2}$$

Analogicznie definiujemy $\mathcal{L}_1 \sqcap \mathcal{L}_2$.

Uwaga $\sqsubseteq$ na logikach lokalnych A wyznacza kratę zupełną.

Def. (infomorfizm logiczny)

Jeśli $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ są logikami lokalnymi, to parę funkcji $f = (f^\wedge, f^\vee)$ nazywamy infomorfizmem logicznym z $\mathcal{L}_1$ w $\mathcal{L}_2$ (ozn. $f : \mathcal{L}_1 \rightleftarrows \mathcal{L}_2$) jeśli spełnione są następujące warunki:

1. $f : cla(\mathcal{L}_1) \rightleftarrows cla(\mathcal{L}_2)$ [tzn. f jest infomorfizmem klasyfikacji $cla(\mathcal{L}_1)$ i $cla(\mathcal{L}_2)$]

2. $f^\wedge : th(\mathcal{L}_1) \longrightarrow th(\mathcal{L}_2)$ [tzn. $f^\wedge$ jest interpretacją $th(\mathcal{L}_1)$ w $th(\mathcal{L}_2)$]

3. $f^\vee[N_{\mathcal{L}_2}] \subseteq N_{\mathcal{L}_1}$.

$f: \mathbb{A} \rightleftarrows \mathbb{B}$

$\mathcal{L}$ – logika lokalna na $\mathbb{A}$

$f[\mathcal{L}] = (\mathbb{B},\ th(f[\mathcal{L}]),\ N_{f[\mathcal{L}]})$

$th(f[\mathcal{L}]) = (typ(\mathbb{B}),\ \vdash_{f[\mathcal{L}]})$

$N_{f[\mathcal{L}]} = \{ b \in tok(\mathbb{B}) : f(b) \in N_{\mathcal{L}} \}$

(Γ, Δ) jest $th(f[\mathcal{L}])$-niesprzeczne podzielenie $\overset{\text{def}}{\longleftrightarrow}$ $(f^{-1}[\Gamma], f^{-1}[\Delta])$ jest $th(\mathcal{L})$-niesprzeczne podzielenie $\mathbb{A}$

<u>Uwaga</u> Łatwo pokazać, że jeśli $b \in N_{f[\mathcal{L}]}$ oraz $\Gamma \vdash_{f[\mathcal{L}]} \Delta$ to $b \models_{\mathbb{B}} (\Gamma, \Delta)$.

<u>Fakt 1</u>. $th(f[\mathcal{L}])$ jest regularne. Jest to najmniejsza teoria T' na $\mathbb{B}$ taka, że $f: th(\mathcal{L}) \to T'$ jest interpretacją.

<u>Fakt 2</u>. $f[\mathcal{L}]$ jest najmniejszą logiką lokalną na $\mathbb{B}$ taką, że f jest infomorfizmem logicznym $\mathcal{L}$ w $\mathcal{L}'$.

Dowód

1. f jest infomorfizmem logicznym $\mathcal{L}$ w $f[\mathcal{L}]$.

a. Niech $\Gamma \vdash_{\mathcal{L}} \Delta$. Należy pokazać, że $f[\Gamma] \vdash_{f[\mathcal{L}]} f[\Delta]$.

Rozważmy podział $(\Gamma', \Delta') \geqslant (f[\Gamma], f[\Delta])$. Wtedy

$$(f^{-1}[\Gamma'], f^{-1}[\Delta']) \geqslant (\Gamma, \Delta)$$

a więc z warunku osłabiania oraz $\Gamma \vdash_{\mathcal{L}} \Delta$ otrzymujemy $f^{-1}[\Gamma'] \vdash_{\mathcal{L}} f^{-1}[\Delta']$

a stąd $\Gamma' \vdash_{f[\mathcal{L}]} \Delta'$ (bo $(f^{-1}[\Gamma'], f^{-1}[\Delta'])$ jest podziałem)

Wobec tego $f[\Gamma] \vdash_{f[\mathcal{L}]} f[\Delta]$ z war. podziału.

b. Warunek dla tokenów normalnych jest spełniony. Należy pokazać, że jeśli $b \in tok(\mathbf{B})$ i $f(b) \in N_{\mathcal{L}}$ oraz $f[\Gamma] \vdash_{f[\mathcal{L}]} f[\Delta]$ to $b \models_{\mathbf{B}} (f[\Gamma], f[\Delta])$. Ponieważ $f(b) \in N_{\mathcal{L}}$ to $f(b) \models_{\mathbf{A}} (\Gamma, \Delta)$. Stąd ponieważ f jest infomorfizmem $b \models_{\mathbf{B}} (f[\Gamma], f[\Delta])$.

2. Niech f będzie infomorfizmem logicznym $\mathcal{L}$ w $\mathcal{L}'$. Pokażemy, że $f[\mathcal{L}] \sqsubseteq \mathcal{L}'$.

Już wiemy, że f jest interpretacją teorii. Niech b będzie tokenem normalnym $\mathcal{L}'$. Wtedy $f(b)$ jest tokenem normalnym $\mathcal{L}$ [bo f jest infomorfizmem logicznym] a więc b jest tokenem normalnym $f[\mathcal{L}]$ (z def.). Stąd $N_{\mathcal{L}'} \subseteq N_{f[\mathcal{L}]}$.

$f: \mathbb{A} \rightleftarrows \mathbb{B}$ $\qquad f = (f^\wedge, f^\vee) \qquad f^\wedge : typ(\mathbb{A}) \longrightarrow typ(\mathbb{B})$

dalej zamiast $f^\wedge$ piszemy f

$\mathcal{L}'$ – logika lokalna na $\mathbb{B}$ (z zał. regularna)

$$f^{-1}[\mathcal{L}'] = \left(\mathbb{A},\ f^{-1}[th(\mathcal{L}')],\ N_{f^{-1}[\mathcal{L}']}\right)$$

$$\downarrow \qquad\qquad \|$$

$$(typ(\mathbb{A}), \vdash_{f^{-1}[\mathcal{L}']}) \qquad \{a \in tok(\mathbb{A}) : \exists b \in N_{\mathcal{L}'}\ a = f(b)\}$$

$$\downarrow$$

$$\Gamma, \Delta \subseteq typ(\mathbb{A}) \quad \Gamma \vdash_{f^{-1}[\mathcal{L}']} \Delta \ \text{ wtw } \ f[\Gamma] \vdash_{\mathcal{L}'} f[\Delta]$$

Uwaga. Każdy token normalny z $N_{f^{-1}[\mathcal{L}']}$ spełnia (Γ, Δ) jeśli $\Gamma \vdash_{f^{-1}[\mathcal{L}']} \Delta$

Fakt 1 $f^{-1}[th(\mathcal{L}')]$ jest teorią regularną. Jest to największa teoria T ~~na typ(A)~~ na $typ(\mathbb{A})$ taka, że
$f: T \longrightarrow th(\mathcal{L}')$ jest interpretacją.

Fakt 2 $f^{-1}[\mathcal{L}']$ jest największą logiką lokalną $\mathcal{L}$ na $\mathbb{A}$ taką, że f jest infomorfizmem logicznym $\mathcal{L}$ w $\mathcal{L}'$.

Dowód

1. f jest infomorfizmem logicznym z $f^{-1}[\mathcal{L}']$ w $\mathcal{L}'$ ponieważ $f^{\wedge}$ jest interpretacją teorii regularnej (Fakt 1) i warunek dla tokenów normalnych jest spełniony.

[Tokeny normalne dla $f^{-1}[\mathcal{L}']$ to tokeny $a \in tok(\mathbb{A})$ takie, że $a = f(b)$ dla pewnego $b \in N_{\mathcal{L}'}$. Wystarczy pokazać, że dla takiego tokenu a $a \models_{\mathbb{A}} (\Gamma, \Delta)$ jeśli $\Gamma \vdash_{f^{-1}[\mathcal{L}']} \Delta$.
Ale ten ostatni warunek oznacza $f[\Gamma] \vdash_{\mathcal{L}'} f[\Delta]$. Wobec tego dla $b \in N_{\mathcal{L}'}$
$b \models_{\mathbb{B}} (f[\Gamma], f[\Delta])$. Ponieważ f jest infomorfizmem to $\underset{a}{\overset{}{f(b)}} \models_{\mathbb{A}} (\Gamma, \Delta)$.]

2. Niech f będzie infomorfizmem logicznym z $\mathcal{L}$ (na $\mathbb{A}$) w $\mathcal{L}'$.
Należy pokazać, że $\mathcal{L} \sqsubseteq f^{-1}[\mathcal{L}']$.
- Jeśli a jest tokenem normalnym $f^{-1}[\mathcal{L}']$ to istnieje $b \in N_{\mathcal{L}'}$ taki, że $a = f(b)$
a więc a jest tokenem normalnym $\mathcal{L}$ bo f jest infomorfizmem logicznym $\mathcal{L}$ w $\mathcal{L}'$.
Stąd $N_{f^{-1}[\mathcal{L}']} \subseteq N_{\mathcal{L}}$.
- Jeśli $\Gamma \vdash_{\mathcal{L}} \Delta$ to $f[\Gamma] \vdash_{\mathcal{L}'} f[\Delta]$ bo f jest infomorfizmem logicznym $\mathcal{L}$ w $\mathcal{L}'$.
Ale $f[\Gamma] \vdash_{\mathcal{L}'} f[\Delta] \longleftrightarrow \Gamma \vdash_{f^{-1}[\mathcal{L}]} \Delta$.

System informacyjny $\mathbb{L} = (\log(\mathbb{L}), \inf(\mathbb{L}))$

$\{\mathcal{L}_i\}_{i\in I}$ indeksowana rodzina logik lokalnych

rodzina infomorfizmów logik z $\log(\mathbb{L})$

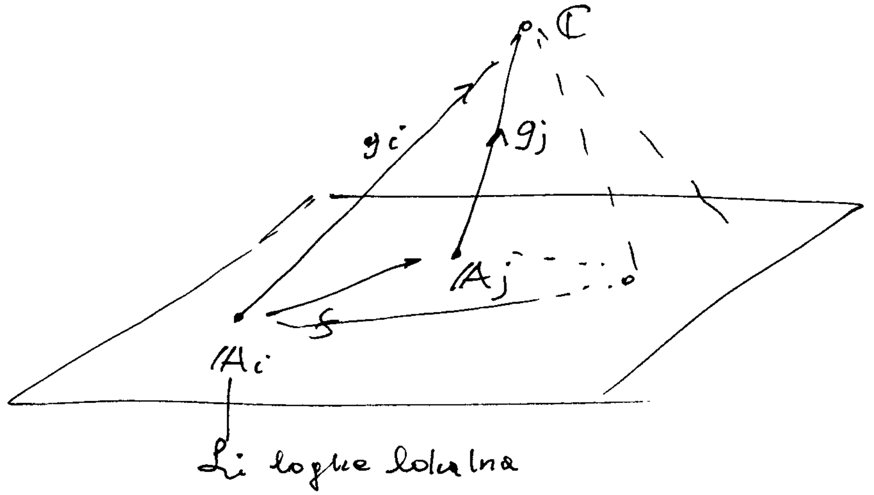
$f: \mathcal{L}_i \rightleftarrows \mathcal{L}_j$

gdzie $\mathcal{L}_i, \mathcal{L}_j \in \log(\mathcal{L})$.

Niech $\mathbb{A}_i = cla(\mathcal{L}_i)$ dla $i \in I$

$\mathcal{A}$ – system rozproszony z systemem infomorfizmów wyznaczonych przez $\inf(\mathcal{L})$

$\mathbb{C} = \lim \mathcal{A}$ granica $\mathcal{A}$ będąca kanałem $\{g_i: \mathbb{A}_i \rightleftarrows \mathbb{C}\}_{i\in I}$.



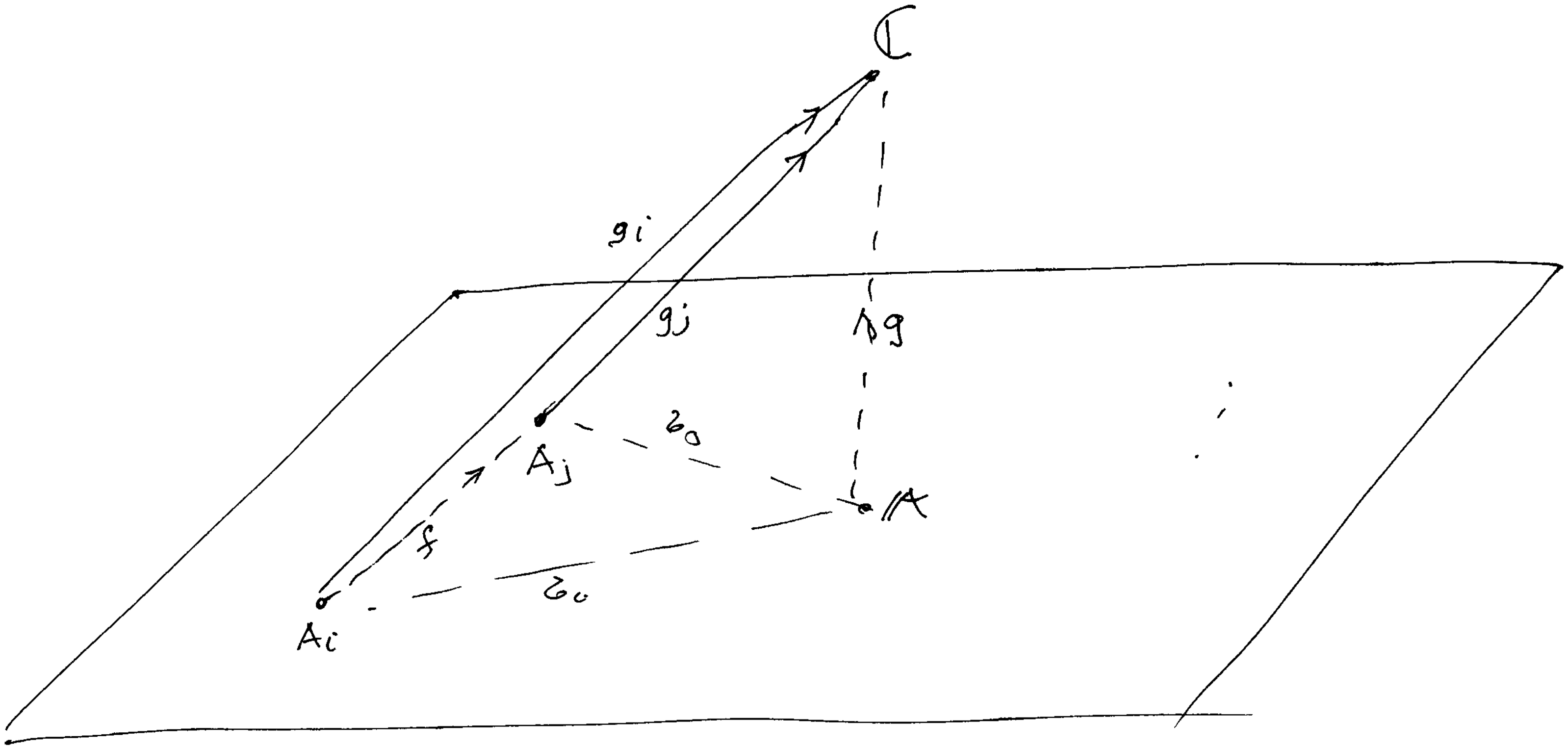
<u>Logika systemu informacyjnego $\mathbb{L}$</u> jest logikę dla $\mathbb{A} = \sum_{i \in I}' \mathbb{A}_i$

taką, że

$$\mathrm{Log}(\mathbb{L}) = \left(\sum_{i \in I}' g_i\right)^{-1} \underbrace{\left(\bigsqcup_{i \in I} g_i[\mathcal{L}_i]\right)}_{\mathcal{L}}.$$

<u>Uwaga</u> ② $\mathrm{Log}(\mathbb{L})$ jest najwiekszą $\overset{\mathcal{L}'}{\text{logikę}}$ na $\mathbb{A}$ dla której $g = \sum_{i \in I} g_i : \mathbb{A} \rightleftarrows \mathbb{C}$ jest informorfizmem (logicznym) z $\mathcal{L}'$ w $\mathcal{L}$.

① $\mathcal{L} = \bigsqcup_{i \in I} g_i[\mathcal{L}_i]$ – najmniejsza logika na $\mathbb{C}$ taka, że każde $g_i : \mathbb{A}_i \rightleftarrows \mathbb{C}$ jest informorfizmem (logicznym) z $\mathcal{L}_i$ w $\mathcal{L}$


C
gi
gj
Δg
r0
Aj
A
f
r0
Ai