EGZAMIN z JAO, 31 stycznia 2007 (każdą odpowiedź należy uzasadnić)

1. Opisać strukturę i narysować diagram minimalnego deterministycznego automatu skończonego akceptującego zbiór składający się, poza (nieakceptowalnymi) słowami 000, 111, ze wszystkich słow zerojedynkowych takich, że **każde** k kolejnych symboli zawiera **dokładnie** 2 jedynki:

   (a) Dla $k = 3$; **(b)** dla $k = 4$.

   (W szczególności słowa ϵ, 00 należą do obu języków, a słowa 000, 111, 0111 do żadnego z nich.)

2. Oznaczmy przez $Ile(w, x)$ liczbę wystąpień słowa w jako podsłowo x (wystąpienia nie muszą być rozłączne). Czy następujący język nad alfabetem $\{a, b\}$ jest regularny ? Jeśli tak, to podać wyrażenie regularne. Jeśli nie, to udowodnić, że nie jest.

   (a) $L_1 = \{x \ : \ Ile(ab, x) = Ile(ba, x) + 1\}$ **(b)** $L_2 = \{x \ : \ Ile(aba, x) = Ile(bab, x)\}$

3. Napisać gramatykę bezkontekstową (jak najkrótszą) generującą język:
$$L_3 \ = \ \{ \ a^i b^j \ : \ i, j \geq 1; \ i < 2j - 1 \ \}$$

4. Niech $[n]_2$ oznacza zapis binarny liczby naturalnej $n \geq 1$, pierwszą cyfrą jest jedynka (najbardziej znacząca). Czy następujący język jest bezkontekstowy (odpowiedź uzasadnić):
$$L_4 \ = \ \{ \ [n]_2 \, [2n]_2 \ : \ n \geq 1 \ \}$$

5. Czy następujący fakt jest prawdziwy: istnieje nieskończony zbiór słów L nad skończonym alfabetem taki, że ani L ani dopełnienie L nie zawierają nieskończonego języka regularnego.

6. (*) Czy następujący problem jest rozstrzygalny: dane są dwa słowa $u, w \in \Sigma^*$ oraz liczba k, sprawdzić czy $\exists \ (x \in \Sigma^*) \ (\ |x| > k \ \& \ Ile(w, x) = Ile(u, x) \ )$.

EGZAMIN z JAO, 31 stycznia 2007 (każdą odpowiedź należy uzasadnić)

1. Opisać strukturę i narysować diagram minimalnego deterministycznego automatu skończonego akceptującego zbiór składający się, poza (nieakceptowalnymi) słowami 000, 111, ze wszystkich słow zerojedynkowych takich, że **każde** k kolejnych symboli zawiera **dokładnie** 2 jedynki:

   (a) Dla $k = 3$; **(b)** dla $k = 4$.

   (W szczególności słowa ϵ, 00 należą do obu języków, a słowa 000, 111, 0111 do żadnego z nich.)

2. Oznaczmy przez $Ile(w, x)$ liczbę wystąpień słowa w jako podsłowo x (wystąpienia nie muszą być rozłączne). Czy następujący język nad alfabetem $\{a, b\}$ jest regularny ? Jeśli tak, to podać wyrażenie regularne. Jeśli nie, to udowodnić, że nie jest.

   (a) $L_1 = \{x \ : \ Ile(ab, x) = Ile(ba, x) + 1\}$ **(b)** $L_2 = \{x \ : \ Ile(aba, x) = Ile(bab, x)\}$

3. Napisać gramatykę bezkontekstową (jak najkrótszą) generującą język:
$$L_3 \ = \ \{ \ a^i b^j \ : \ i, j \geq 1; \ i < 2j - 1 \ \}$$

4. Niech $[n]_2$ oznacza zapis binarny liczby naturalnej $n \geq 1$, pierwszą cyfrą jest jedynka (najbardziej znacząca). Czy następujący język jest bezkontekstowy (odpowiedź uzasadnić):
$$L_4 \ = \ \{ \ [n]_2 \, [2n]_2 \ : \ n \geq 1 \ \}$$

5. Czy następujący fakt jest prawdziwy: istnieje nieskończony zbiór słów L nad skończonym alfabetem taki, że ani L ani dopełnienie L nie zawierają nieskończonego języka regularnego.

6. (*) Czy następujący problem jest rozstrzygalny: dane są dwa słowa $u, w \in \Sigma^*$ oraz liczba k, sprawdzić czy $\exists \ (x \in \Sigma^*) \ (\ |x| > k \ \& \ Ile(w, x) = Ile(u, x) \ )$.