Kartkówka 3

gr.1, 16 grudnia 2024

1. Załóżmy, że $M = (M_t)_{t\geqslant 0}$ jest ciągłym martyngałem lokalnym takim, że $M_0 = 2$ oraz $\limsup_{t\to\infty} |M_t| = \infty$. Określmy $\tau := \inf\{t \geqslant 0\colon\ |M_t| = 5\}$. Wykazać, że $M^\tau \in \mathcal{M}^{2,c}_\infty$. Obliczyć $\mathbb{E}M_\tau$, $\mathbb{E}M_\tau^2$ i $\mathbb{E}\langle M\rangle_\tau$.

2. Określmy $M_t = \int_0^t \sqrt{2W_s^2 + 5}dW_s$ oraz $N_t = \int_0^t W_s dM_s$. Wykazać, że $(M_t)_{t\geqslant 0}$ i $(N_t)_{t\geqslant 0}$ są ciągłymi martyngałami. Obliczyć $\mathbb{E}M_t^2$ i $\mathbb{E}N_t^2$.

Wesołych Świąt!

Kartkówka 3

gr.2, 16 grudnia 2024

1. Określmy $M_t = \int_0^t \sqrt{3W_s^2 + 2}dW_s$ oraz $N_t = \int_0^t W_s dM_s$. Wykazać, że $(M_t)_{t\geqslant 0}$ i $(N_t)_{t\geqslant 0}$ są ciągłymi martyngałami. Obliczyć $\mathbb{E}M_t^2$ i $\mathbb{E}N_t^2$.

2. Załóżmy, że $M = (M_t)_{t\geqslant 0}$ jest ciągłym martyngałem lokalnym takim, że $M_0 = 1$ oraz $\limsup_{t\to\infty} |M_t| = \infty$. Określmy $\tau := \inf\{t \geqslant 0\colon\ |M_t| = 7\}$. Wykazać, że $M^\tau \in \mathcal{M}^{2,c}_\infty$. Obliczyć $\mathbb{E}M_\tau$, $\mathbb{E}M_\tau^2$ i $\mathbb{E}\langle M\rangle_\tau$.

Wesołych Świąt!