1. Na podst. zadania z ćwiczeń $\mathbb{E}X^2 < \infty$. Stąd $\mathbb{E}|X| < \infty$ i z mocnego prawa wielkich liczb Y_n zbiega p.n. do $\mathbb{E}X$.

2. $$\phi_{X-Y}(t) = \phi_X(t)\phi_{-Y}(t) = \phi_X(t)\phi_Y(-t) = \phi_X(t)\phi_X(-t) = \phi_X(t)\overline{\phi_X(t)} = |\phi_X(t)|^2 \geqslant 0.$$

   Korzystamy kolejno z niezależności, definicji ϕ_Y, równości rozkładów, jednej z własności war. wart. ocz.

3. Zmienna X_n jest co do rozkładu sumą n niezależnych zmiennych o rozkładzie Poissona z par. 1 (czyli o średniej i wariancji równych 1). Z CLT dla sum i.i.d. mamy więc słabą zbieżność Y_n do $\mathcal{N}(0,1)$

   Alternatywnie można wyliczyć funkcje charakterystyczne zmiennych Y_n i korzystając z rozwinięcia funkcji exp w szereg pokazać ich punktową znieżność do $e^{-t^2/2}$.

4. Rozpatrujemy układ trójkątny $X_{n,k} = X_k/n$ $(k \leqslant n)$. Suma wariancji wierszy zbiega do $1/2$, suma średnich jest stała, równa 0. Pozostaje sprawdzić warunek Lindeberga, który zachodzi, bo dla $n > 1/\varepsilon^2$ zbiór $\{|X_{n,k}| > \varepsilon\} = \{|X_k| > \varepsilon n\}$ ma miarę 0 (z pr. 1 maksymalną wartością zmiennej $|X_k|$ jest $\sqrt{k} \leqslant \sqrt{n}$). Zatem z CLT ciąg Y_n zbiega słabo do $\mathcal{N}(0,1/2)$.

5. Na podst. zadania z ćwiczeń

   $$\mathbb{E}(\max(X,Y)|X) = \mathbb{E}_Y \max(X,Y) = \int_0^\infty \max(X,y)e^{-y}dy = X + e^{-X}.$$