

## Zadania dodatkowe - RP na WNE, 2012/13

### Prawdopodobieństwo warunkowe

1. Rzucamy symetryczną monetą dwa razy. Jaka jest szansa, że w obu rzutach wypadły orły, jeśli wiemy, że
  - a) w pierwszym rzucie wypadł orzeł?
  - b) przynajmniej raz wypadł orzeł?
2. Z talii 52 kart losujemy 5 kart bez zwracania. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że mamy dokładnie 3 asy, jeśli wiadomo, że
  - a) mamy asa pik;
  - b) mamy co najmniej jednego asa;
  - c) mamy asa czarnego koloru;
  - d) pierwszą wylosowaną kartą jest as pik.
  - e) pierwszą wylosowaną kartą jest as;
  - f) pierwszą wylosowaną kartą jest czarny as;
3. Gracz dostał 13 kart z 52, obejrzał 8 z nich i stwierdził, że nie ma asa. Jaka jest szansa, że w ogóle nie ma asa?
4. W teleturnieju gracz ma do wyboru trzy koperty, dwie puste, jedną z nagrodą pieniężną. Gdy dokona wyboru, prowadzący otwiera jedną z odrzuconych kopert i pokazuje, że jest pusta. Gracz może w tym momencie zatrzymać wybraną wcześniej kopertę lub zmienić wybór i wziąć pozostałą z odrzuconych kopert. Która strategia jest lepsza?
5. Urna zawiera 8 kul czerwonych i 4 kule białe. Losujemy bez zwracania trzy kule. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kul
  - a) wszystkie są białe?
  - b) wszystkie są czerwone?
  - c) dwie są czerwone a jedna biała?
6. W pierwszej urnie znajdują się dwie kule białe i trzy kule czarne, a w drugiej — jedna biała i jedna czarna kula. Losujemy kulę z pierwszej urny i, nie oglądając, przekładamy ją do drugiej urny. Następnie ciągniemy kulę z drugiej urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za drugim razem wyciągnęliśmy kulę białą?
7. Początkowo urna zawiera 5 kul białych i 7 czarnych. Przy każdym losowaniu kuli z urny sprawdzany jest kolor kuli, a następnie kula ta z powrotem trafia do urny a dodatkowo dokładane są dwie nowe kule tego samego koloru co wylosowana.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że

  - a) pierwsze dwie wylosowane kule są czarne a dwie kolejne białe?
  - b) spośród pierwszych 4 wylosowanych kul, dokładnie dwie są czarne?

8. Talia 52 kart została potasowana i podzielona na dwie równe części (po 26 kart). Z jednej części talii wyciągnięto kartę, jak się okazało — asa. As ten został dołożony do drugiej części talii a ta została potasowana. Jaka jest szansa, że na wierzchu potasowanej właśnie części talii jest as?
9. W urnie znajdują się dwie kostki: jedna prawidłowa, a druga z samymi szóstkami. Wyciągnięto losowo kostkę z urny i wykonano nią rzut. Wypadła szóstka. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kostka jest fałszywa? Jakie jest prawdopodobieństwo, że rzucając drugi raz tą kostką znowu wyrzucimy szóstkę?
10. Wśród  $n$  monet  $k$  jest asymetrycznych, orzeł wypada na nich z prawdopodobieństwem  $1/3$ . W wyniku rzutu losowo wybraną monetą wypadł orzeł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że ta moneta jest asymetryczna?
11. Test na chorobę  $X$  daje wynik pozytywny u wszystkich chorych oraz fałszywy wynik pozytywny u 5% zdrowych. Wiadomo, że na chorobę  $X$  cierpi 2% populacji. U pacjenta test dał wynik pozytywny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pacjent jest chory?