

RP WNE 2012/2013, VII seria zadań

1. Zmienna X ma rozkład Poissona z parametrem 3. Obliczyć $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}X(X-1)$, $\mathbb{E}X^2$ oraz $\mathbb{E}2^X$.
2. Zmienna X ma rozkład z gęstością $g(x) = \frac{1}{2} \sin x 1_{[0,\pi]}(x)$. Obliczyć $\mathbb{E}X$ oraz $\mathbb{E} \cos X$.
3. Zmienna losowa X ma standardowy rozkład normalny. Obliczyć $\mathbb{E}e^{2X}$ oraz $\mathbb{E}e^{X^2/4}$.
4. Dochód pracownika zatrudnionego w pewnej fabryce jest zmienną losową o rozkładzie zadany przez dystrybuantę

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 200, \\ ct^2(1500 - t) & \text{dla } 200 \leq t < 1000, \\ 1 & \text{dla } t \geq 1000, \end{cases}$$

gdzie $c = 2 \cdot 10^{-9}$. Wyznaczyć średni dochód pracownika.

5. Liczba wypadków danego dnia w pewnym mieście ma rozkład Poissona z parametrem 10 jeśli jest to poniedziałek – piątek oraz rozkład Poissona z parametrem 3 jeśli jest to sobota lub niedziela. Niech X oznacza łączną liczbę wypadków w ustalonym tygodniu. Wyznaczyć $\mathbb{E}X$.

6. Każdy bok i każdą przekątną sześciokąta foremnego malujemy losowo jednym z trzech kolorów: białym, czarnym lub czerwonym (kolory dla różnych odcinków wybieramy niezależnie). Niech X oznacza liczbę jednobarwnych trójkątów o wierzchołkach będących wierzchołkami sześciokąta. Wyznaczyć $\mathbb{E}X$.

7. Rzucamy kostką aż do momentu, gdy wypadnie każda możliwa liczba oczek. Wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby rzutów.

8. W grupie jest n studentów. Któregoś dnia prowadzący zajęcia rozdał sprawdzone kartkówki w sposób losowy (przy czym każdemu studentowi wręczył jedną kartkówkę). Niech X oznacza liczbę studentów, którzy otrzymali swoją kartkówkę. Obliczyć $\mathbb{E}X$.

Przykładowe zagadnienia na kartkówkę

1. Zmienna losowa X ma standardowy rozkład normalny. Obliczyć $\mathbb{E}X(X+1)$ i $\mathbb{E}e^{3X^2/8}$.
2. Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością $g(x) = (e-1)^{-1}e^{1-x}1_{[0,1]}(x)$. Obliczyć $\mathbb{E}(X+1)$ oraz $\mathbb{E}2^{X+2}$.
3. Ze zbioru $\{1, 2, \dots, 49\}$ losujemy 6 liczb bez zwracania. Niech X oznacza liczbę nieparzystych numerów wśród wylosowanych. Wyznaczyć $\mathbb{E}X$.
4. Dysponujemy trzema bezpiecznikami typu I oraz dwoma bezpiecznikami typu II . Czas bezawaryjnej pracy bezpiecznika typu I ma rozkład wykładniczy z parametrem 1, a czas pracy bezpiecznika typu 2 - rozkład wykładniczy z parametrem $\frac{1}{2}$. Urządzenie funkcjonuje sprawnie jeśli zamontowany w nim bezpiecznik jest nieuszkodzony; w razie awarii, przepalony bezpiecznik wymieniamy na nowy. Niech X oznacza łączny czas pracy urządzenia aż do wyczerpania zapasu bezpieczników. Wyznaczyć $\mathbb{E}X$.
5. Dziesięć dziewczynek oraz dziesięciu chłopców ustawia się losowo w pary. Wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby par złożonych z samych dziewczynek.