

RP WNE 2012 /2013, IV seria zadań

1. Rzucono dwa razy kostką i przez X oznaczono sumę wyrzuconych liczb oczek. Obliczyć $\mathbb{P}(X \leq 3)$ oraz $\mathbb{P}(X = 7)$.

2. Rzucono raz kostką i przez X oznaczono liczbę wyrzuconych oczek. Udowodnić, że zmienne X oraz $7 - X$ mają ten sam rozkład.

3. Rozważmy nieskończony ciąg prób Bernoulliego z prawdopodobieństwem sukcesu p . Dla ustalonej dodatniej liczby całkowitej k , niech X będzie numerem próby, w której nastąpił k -ty sukces. Wyznaczyć rozkład X .

4. W urnie znajduje się 10 kul, ponumerowanych liczbami od 1 do 10. Losujemy ze zwracaniem 20 kul. Niech X oznacza najmniejszy numer, który został wyciągnięty. Wyznaczyć rozkład zmiennej X oraz rozkład zmiennej X^2 .

5. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem 3.

a) Obliczyć $\mathbb{P}(X \in [3, 4])$.

b) Wyznaczyć rozkład zmiennej $[X]$ ($[x]$ oznacza część całkowitą liczby x).

6. Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością

$$g(x) = Cx^{-2}1_{[2, \infty)}(x).$$

a) Wyznaczyć C .

b) Wyznaczyć $\mathbb{P}(X \in [1, 12])$.

c) Wyznaczyć dystrybuantę zmiennej X oraz dystrybuantę zmiennej $Y = X^2$.

7. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda > 0$, natomiast $t, h > 0$. Obliczyć $\mathbb{P}(X > t + h | X > h)$ i wynik porównać z $\mathbb{P}(X > t)$.

Przykładowe zagadnienia na kartkówkę

1. Co to jest dystrybuanta zmiennej losowej?

2. Podać definicję rozkładu geometrycznego.

3. Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem 2. Obliczyć $\mathbb{P}(X = 3)$ oraz $\mathbb{P}(X \leq 2)$.

4. Rzucono kostką i przez X oznaczono liczbę wyrzuconych oczek. Wyznaczyć rozkład zmiennej $Y = \min(X, 3)$.

5. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $[-5, 8]$. Obliczyć $\mathbb{P}(X = -1)$ oraz $\mathbb{P}(X \leq 5)$.

6. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem 5. Obliczyć $\mathbb{P}(X^2 \leq 2X + 5)$.

7. Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością

$$g(x) = Cx^{-3}1_{[1, 5]}(x) = \begin{cases} Cx^{-3} & \text{dla } 1 \leq x \leq 5, \\ 0 & \text{dla pozostałych } x. \end{cases}$$

Obliczyć C oraz $\mathbb{P}\left(\frac{1}{X} \in \left[\frac{1}{2}, 3\right]\right)$.

8. Zmienna losowa X ma rozkład geometryczny z parametrem p . Obliczyć $\mathbb{P}(X > k + l | X > k)$ dla ustalonych liczb naturalnych $k, l > 0$ i wynik porównać z $\mathbb{P}(X > l)$.