

## RP WNE 2012/2013, III seria zadań

1. Osoby  $O_1, O_2, \dots, O_{10}$  ustawiają się losowo w kolejce. Zbadać niezależność zdarzeń

- $\{O_1 \text{ stoi bezpośrednio przed } O_2\}$ ,  $\{O_5 \text{ stoi przed } O_4 \text{ (niekoniecznie bezpośrednio)}\}$ ,
- $\{O_1 \text{ stoi przed } O_2 \text{ i przed } O_3\}$ ,  $\{O_2 \text{ nie stoi na końcu}\}$ .

2. Rzucamy dwiema kostkami. Określmy zdarzenia:  $A_1$  - na pierwszej kostce wypadła nieparzysta liczba oczek,  $A_2$  - na drugiej kostce wypadła nieparzysta liczba oczek,  $A_3$  - suma liczb oczek wyrzuconych na obu kostkach jest liczbą nieparzystą. Czy zdarzenia te są niezależne parami? Czy są niezależne zespolowo?

3. W urnie I umieszczono pięć białych oraz trzy czarne kule, a w urnie II - dwie białe i dwie czarne kule. Powtarzamy 10 razy następujące losowanie: ciągniemy po jednej kuli z każdej urny, oglądamy je, oraz wrzucamy z powrotem. Obliczyć prawdopodobieństwo, iż co najmniej dwa razy wyciągnięto kule tych samych kolorów.

4. W urnie znajduje się sześć prawidłowych kostek oraz jedna fałszywa, z dwiema szóstkami i czterema jedynkami. Losujemy kostkę z urny i wykonujemy nią 10 rzutów.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że każda z wyrzuconych liczb oczek będzie jedynką lub szóstką?

b) Załóżmy, że każda z wyrzuconych liczb jest jedynką lub szóstką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowana kostka jest fałszywa?

5. Strzelec  $A$  trafia do celu z prawdopodobieństwem  $\frac{2}{3}$ , a strzelec  $B$  - z prawdopodobieństwem  $\frac{3}{4}$ . Oddano 6 strzałów: za każdym razem strzelcy rzucają symetryczną monetą i w przypadku wypadnięcia orła  $A$  oddaje strzał, w przypadku wypadnięcia reszki strzela  $B$ . Jakie jest prawdopodobieństwo, że

a) cel został trafiony 4 razy;

b) strzelał tylko strzelec  $A$ , jeśli cel został trafiony 4 razy?

Jaka liczba trafień jest najbardziej prawdopodobna?

6. Tekst artykułu zawiera 1 000 000 znaków. W trakcie pisania każdy znak może zostać błędnie wprowadzony z prawdopodobieństwem 0,001. Recenzent znajduje każdy z błędów z prawdopodobieństwem 0,99. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo, że a) przed recenzją b) po recenzji tekst będzie zawierał nie więcej niż 2 błędy. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

### Przykładowe zagadnienia na kartkówkę

1. Podać definicję niezależności zdarzeń. Co to znaczy, że zdarzenia  $A_1, A_2, \dots, A_{20}$  są niezależne parami?

2. Z talii 52 kart wylosowano dwie karty bez zwracania. Czy zdarzenia {wylosowano co najmniej jednego kiera} oraz {nie wylosowano żadnej figury} są niezależne?

3. Dane są zdarzenia  $A, B$ , przy czym  $\mathbb{P}(A) \in \{0, 1\}$ . Udowodnić, że  $A$  i  $B$  są niezależne.

4. Co to jest schemat Bernoulliego?

5. Rzucono 10 razy kostką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyrzucono dokładnie siedem trójek? Jaka liczba trójek jest najbardziej prawdopodobna?

6. Losujemy niezależnie 10 liczb  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  ze zbioru  $\{\frac{1}{2}, 2\}$ . Obliczyć prawdopodobieństwo, że  $x_1 x_2 \dots x_{10} = 4$ .

7. Z przedziału  $[0, 3]$  wylosowano niezależnie 20 liczb. Obliczyć prawdopodobieństwo, że dokładnie połowa z nich trafi do przedziału  $[2, 3]$ .

8. Sformułować twierdzenie Poissona.

9. Z przedziału  $[0, 1000]$  wylosowano niezależnie 2000 liczb. Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo, że co najmniej 3 z nich trafi do przedziału  $[20, 21]$ . Oszacować błąd związany z przybliżeniem.