

## Zadania domowe z GAL I — seria 10 (termin: 14 I)

1. Niech  $V_1 \subseteq V_2 \subseteq V$ ,  $W_1 \subseteq W$  przestrzeniami liniowymi odpowiednio o wymiarach  $n_1, n_2, n, m_1, m$ . Znajdź wymiar przestrzeni

$$Z = \{\varphi \in L(V, W) \mid \varphi(V_1) = 0, \varphi(V_2) \subseteq W_1\}$$

2. Niech

$$M(\varphi)_{\text{st}}^{\text{st}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Podaj wzór na  $\varphi$ .

b) Oblicz  $\varphi((-1, 3, -2))$ .

c) Załóżmy, że dane są bazy  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  takie, że

$$M(\varphi)_{\mathcal{A}}^{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(Nie znajduj baz  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ !!) Znajdź współrzędne w bazie  $\mathcal{B}$  wektora  $\varphi(v)$ , jeśli  $v$  jest wektorem mającym w bazie  $\mathcal{A}$  współrzędne  $(1, 1, 0)$ .

*Punkty a)-c) stanowiły rozgrzewkę. Teraz właściwe zadanie (w którym wychodzą same ładne liczby):*

d) Znajdź (przykładowe) bazy  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{D}$  takie, że

$$M(\varphi)_{\mathcal{C}}^{\mathcal{D}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Przedstaw macierz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

jako iloczyn macierzy elementarnych.