

Praca domowa 8

termin oddania 03.06.2019r.

Zadanie 1. (2pkt) Zdefiniujmy zbiór

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4, x + y \leq 4\}.$$

Narysuj ten zbiór i uzasadnij, czy jest on otwarty, domknięty, zwarty. Rozważmy funkcję

$$f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$$

. Znajdź (jeśli istnieją) wartość największą i najmniejszą funkcji f na zbiorze T .

Zadanie 2. Niech

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{gdy } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{xy}{x^2 + y^2}, & \text{gdy } (x, y) \neq (0, 0). \end{cases}$$

Udowodnij, że funkcja f ma pochodne cząstkowe w punkcie $(0, 0)$, ale nie jest ciągła w tym punkcie.

Zadanie 3. (3pkt) Niech $f(x, y) = (x + 3y)e^{-x^2 - 3y}$. Znajdź (jeśli istnieją) wartość największą i najmniejszą funkcji f na zbiorze $X \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$.

Zadanie 4. (2pkt) Naskicuj zbiory X oraz Y . Czy zbiory te są otwarte, domknięte, zwarte? Odpowiedź uzasadnij.

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x + y \leq 1, y \geq x^2 + 1\},$$

$$Y = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x + y \leq 1, y \geq x^2\}.$$