

Egzamin, 28.06.2018

Zadanie 1

- (a) Niech $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Znaleźć wartości i przykładowe wektory własne (również zespolone) dla macierzy A oraz A^{668} . **(5 p.)**
- (b) Dla jakich wartości parametru t macierz $B_t = \begin{pmatrix} 0 & 2t - 5 \\ 1 & t^2 - 5t + 6 \end{pmatrix}$ jest macierzą izometrii liniowej? **(2 p.)**
- (c) Podać wzór pewnej izometrii liniowej $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, dla której $f(1, 1) = (0, \sqrt{2})$. **(3 p.)**

Zadanie 2 (10 p.)

Sklep internetowy russatom.com wprowadził wakacyjną promocję na substancje radioaktywne. Szczególnie atrakcyjna oferta dotyczy Radu 228 (okres połowicznego rozpadu 6 lat): 30 000 000 Euro za 1 kg. oraz Toru 228 (okres połowicznego rozpadu 2 lata): 10 000 000 Euro za 1 kg. Wydział Chemii UW będzie potrzebował 1 kg. substancji radioaktywnej za 5 lat, ale postanowiono skorzystać z promocji i dokonać zakupu już teraz. Która oferta jest korzystniejsza cenowo i jaką ilość substancji należy zakupić (aby po 5ciu latach mieć jej 1 kg.)?

Zadanie 3 (10 p.)

Znaleźć rozwiązanie ogólne równania:

$$x'' + x = (t + 1)e^t + \sin^2(t).$$

Zadanie 4 (10 p.)

Znaleźć największą i najmniejszą wartość (o ile istnieją) funkcji $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ na zbiorze $X = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$.

Zadanie 5 (10 p.)

Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami: $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 1$, $x + y = 2$, $z = 1$, $z = x^2 + y^2 + 1$.

Uwaga:

Każde zadanie należy rozwiązać na oddzielnej fizycznie kartce.

Każdą kartkę należy podpisać imieniem i nazwiskiem oraz numerem indeksu.

Nie wolno korzystać z notatek, kalkulatorów, smartfonów itp.