

Seria 9, liczby zespolone

1. Zapisać w postaci $x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$):

$$\frac{2+3i}{5-2i}, \quad (1+i)^n.$$

2. Rozwiązać w zbiorze liczb zespolonych równania:

$$z^2 + 4z + 5 = 0, \quad z^2 - (3+i)z + 8 - i = 0, \quad z^2 - \bar{z}^2 = 0.$$

3. Wykorzystując postać trygonometryczną przedstawić w postaci $x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$):

$$(1 - i\sqrt{3})^{667}, \quad \frac{(\sqrt{3} + i)^{17}}{(1 + i)^{15}}.$$

4. Rozwiązać w zbiorze liczb zespolonych równania:

$$z^8 - 1 = 0, \quad z^6 - 64 = 0, \quad z^4 + 81 = 0, \quad z^6 + 7z^3 - 8 = 0, \quad z^3 = \bar{z},$$
$$|z + i| + |z - i| = 2, \quad e^z = 1, \quad e^z = -1, \quad e^z = i.$$

5. Zapisać wielomian w postaci iloczynu wielomianów liniowych o współczynnikach zespolonych, oraz w postaci iloczynu wielomianów stopnia co najwyżej 2 o współczynnikach rzeczywistych:

$$z^3 - z^2 - 4, \quad z^4 + 1.$$

6. Narysować zbiory na płaszczyźnie:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z + 2 - 3i| < 5\}, \quad B = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(iz) > \operatorname{Im}(iz)\}, \quad C = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z^3) < 0\}.$$