

Matematyka A, kolokwium 2, 30 kwietnia 2014, 18:15 — 20:00

Rozwiązania różnych zadań mają znaleźć się na różnych kartkach, bo sprawdzą je różne osoby.

Każda kartka musi być podpisana w LEWYM GÓRNYM ROGU imieniem i nazwiskiem piszącego, jego nr. indeksu oraz nr. grupy ćwiczeniowej i nazwiskiem osoby prowadzącej ćwiczenia.

Nie wolno korzystać z urządzeń elektronicznych (kalkulatorów, telefonów komórkowych itp.); posiadane muszą być schowane i wyłączone! Nie dotyczy rozruszników serca.

Nie wolno korzystać z tablic ani notatek!

Wszystkie stwierdzenia należy uzasadniać. Wolno i **NALEŻY** powoływać się na twierdzenia, które zostały **udowodnione** na wykładzie lub na ćwiczeniach.

Należy przeczytać **CAŁE** zadanie **PRZED** rozpoczęciem rozwiązywania go!

1. (10 pt.) Przedstawić w postaci $x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ liczby $(2 - i)(3 - 4i)(1 - 2i)$, $\frac{75-25i}{4-3i}$ oraz

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{13} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{28}.$$

-
2. (5 pt.) Obliczyć $e^{1683\pi i}$, $e^{1683\pi i/4}$, $e^{-1683\pi i/6}$.

(5 pt.) Wykazać, że jeśli $e^z = z$, to $\operatorname{Re} z > 0$.

-
3. (10 pt.) Rozwiązać równanie $z^{12} + z^{10} + z^8 + 65z^6 + 64z^4 + 64z^2 + 64 = 0$, tzn. znaleźć wszystkie zespolone rozwiązania tego równania.

-
4. (4 pt.) Znaleźć rozwiązanie ogólne równania $t^3 x(t) x'(t) = 4 - (x(t))^2$

(3 pt.) Znaleźć takie rozwiązanie równania $t^3 x(t) x'(t) = 4 - (x(t))^2$, że $x(1) = 1$.

(3 pt.) Znaleźć takie rozwiązanie równania $t^3 x(t) x'(t) = 4 - (x(t))^2$, że $x(1) = 2$.

-
5. W ciągu 10 minut temperatura herbaty w szklance zmalała ze 100°C do 40°C . Temperatura powietrza w pomieszczeniu jest równa 25°C .

Po jakim czasie temperatura herbaty zmniejszy się do 35°C ?

Obowiązuje prawo stygnięcia sformułowane przez Newtona: „*szybkość zmniejszania się temperatury układu jest proporcjonalna do różnicy temperatur pomiędzy układem a otoczeniem.*”
