

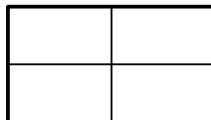
## Egzamin poprawkowy z RPiS, 3 marca 2009

*Przegraliśmy mecz, ale mamy piłkę*  
trener Piechniczek

**Zadanie 1.** (10 punktów) Próba prosta  $X_1, \dots, X_n$  pochodzi z rozkładu ciągłego o gęstości zadanej wzorem  $g_{k,\alpha}(x) = \frac{k\alpha^k}{x^{k+1}}$  dla  $x \in [\alpha, \infty)$  i  $g_{k,\alpha}(x) = 0$  poza tym przedziałem. Liczby rzeczywiste  $k > 0$  i  $\alpha > 0$  są parametrami rozkładu.

- (5 punktów) Znajdź estymator największej wiarygodności parametru  $\alpha$  zakładając, że wartość  $k$  jest znana,
- (5 punktów) Znajdź estymator największej wiarygodności pary parametrów  $(k, \alpha)$  (tzn. oba są nieznane).

**Zadanie 2.** (10 punktów) Profesor Makary maluje stół ping-pongowy na zielono (w godzinach popołudniowych, w nocy maluje autostradę). Stół jest podzielony na 4 jednakowe pola, jak na rysunku.



Każdego dnia profesor wybiera losowo prostokąt będący sumą pewnej liczby pól (każdy z 9 możliwych prostokątów z jednakowym prawdopodobieństwem) i maluje go na zielono.

- (5 punktów) Oblicz wartość oczekiwaną liczby pomalowanych pól po  $n$  dniach.
- (5 punktów) Oblicz wartość oczekiwaną liczby dni potrzebnych na pomalowanie całego stołu.

**Zadanie 3.** (10 punktów) Studenci ziewają na  $\frac{1}{4}$  wszystkich wykładów, ale aż na  $\frac{3}{4}$  wykładów nudnych (niestety nudne też się zdarzają).

- (5 punktów) Przyjmijmy (tylko na potrzeby tego podpunktu!), że wykładów interesujących jest 90%. Ile wynosi prawdopodobieństwo tego, że wykład wybrany losowo spośród takich, na których studenci nie ziewają, jest interesujący?
- (5 punktów) Ile może wynosić prawdopodobieństwo tego, że wykład wybrany losowo spośród takich, na których studenci nie ziewają, jest interesujący?

**UWAGA:** Rozwiązanie każdego z zadań oddajemy na osobnej kartce czytelnie podpisanej imieniem, nazwiskiem i numerem indeksu. Rozwiązanie MUSI zawierać dokładne uzasadnienie odpowiedzi.