

Języki, automaty i obliczenia — ćwiczenia 13

Obliczalność cd.

Wykład: klasy złożoności obliczeniowych. I jeszcze niezależnie:

- **Twierdzenie Rice'a:** niech $\mathcal{X} \subseteq P(\Sigma^*)$ będzie rodziną *języków* (zbiorem języków spełniających jakąś własność, np. zbiorem języków regularnych) taką, że:
 - istnieje język częściowo obliczalny należący do \mathcal{X} ,
 - istnieje język częściowo obliczalny nienależący do \mathcal{X} .

Wtedy język tych maszyn Turinga, które rozpoznają język należący do \mathcal{X} , jest nieobliczalny.

1. Czy następujące problemy dotyczące gramatyk są rozstrzygalne?

d) GRAMMAR INTERSECTION CONTEXT-FREE TESTING
INPUT: gramatyki bezkontekstowe $\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$ nad alfabetem Σ
OUTPUT: czy $L(\mathcal{G}_1) \cap L(\mathcal{G}_2)$ jest językiem bezkontekstowym?

e) GRAMMAR WITH QUADRUPLE WORD
INPUT: gramatyka bezkontekstowa \mathcal{G} nad alfabetem Σ
OUTPUT: czy istnieje słowo $w \in \Sigma^*$ takie, że $wwww \in L(\mathcal{G})$?

2. Czy następujące problemy dotyczące maszyn Turinga są rozstrzygalne?

a) INPUT: maszyna Turinga \mathcal{M} , która jeśli choć raz przesunie się w lewo, to już nigdy nie idzie w prawo; słowo w
OUTPUT: czy \mathcal{M} terminuje na słowie w ?

b) TURING MACHINE LANGUAGE EMPTINESS
INPUT: maszyna Turinga \mathcal{M}
OUTPUT: czy $L(\mathcal{M}) = \emptyset$?

c) TURING MACHINE LANGUAGE FINITENESS
INPUT: maszyna Turinga \mathcal{M}
OUTPUT: czy $L(\mathcal{M})$ jest językiem skończonym?

d) TURING MACHINE LANGUAGE RECURSIVE ENUMERATION
INPUT: maszyna Turinga \mathcal{M}
OUTPUT: czy $L(\mathcal{M})$ jest językiem rekurencyjnie przeliczalnym?

e)
INPUT: maszyna Turinga \mathcal{M} obliczająca funkcję $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, np. unarnie
OUTPUT: czy $f(n) = n^{2020}$ dla $n \in \mathbb{N}$?

f)
INPUT: słowo w , maszyna Turinga \mathcal{M} o własności: maszyna nie dokona więcej niż 2020 zmian pojedynczych symboli
OUTPUT: czy \mathcal{M} terminuje na w ?

g)
INPUT: słowo w , maszyna Turinga \mathcal{M} o własności: maszyna nie dokona więcej niż 2020 zmian symbolu na pierwszej pozycji taśmy
OUTPUT: czy \mathcal{M} terminuje na w ?