

Języki, automaty i obliczenia — ćwiczenia 4

Lemat o pompowaniu, minimalizacja automatów

Wykład:

- Kongruencja syntaktyczna dla języka L na słowach alfabetu $u, v \in \Sigma^*$:

$$u \sim_L v \iff \forall x \in \Sigma^* (ux \in L \iff vx \in L).$$

- Automat syntaktyczny.
- Twierdzenie Myhill-Nerodego: L jest regularny \iff jego kongruencja syntaktyczna ma skończenie wiele klas abstrakcji.
- Co więcej: liczba klas abstrakcji = liczba stanów w minimalnym automacie deterministycznym.
- Algorytm rafinacji podziałów (konstrukcja minimalnego automatu).

1. (NR 15) Wykaż, że poniższe języki nie są regularne:

(d) $\{a^i b^j : \text{NWD}(i, j) = 1\}$.

(e) $\{a^i b^j : i \neq j\}$.

(f) $\{\text{bin}(p) : p \text{ jest liczbą pierwszą}\}$.

2. (NR 18) Wykaż, że poniższy język nie jest regularny:

$$\left\{ \left[\begin{array}{c} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{array} \right] \dots \left[\begin{array}{c} a_n \\ b_n \\ c_n \end{array} \right] : (a_1 a_2 \dots a_n)_2 \cdot (b_1 b_2 \dots b_n)_2 = (c_1 c_2 \dots c_n)_2 \right\}.$$

3. (NR 29) L jest językiem regularnym. Wykaż, że poniższe języki też są regularne:

(a) $\frac{1}{2}L = \{w : \exists u |u| = |w|, wu \in L\}$.

(b) $\sqrt{L} = \{w : ww \in L\}$.

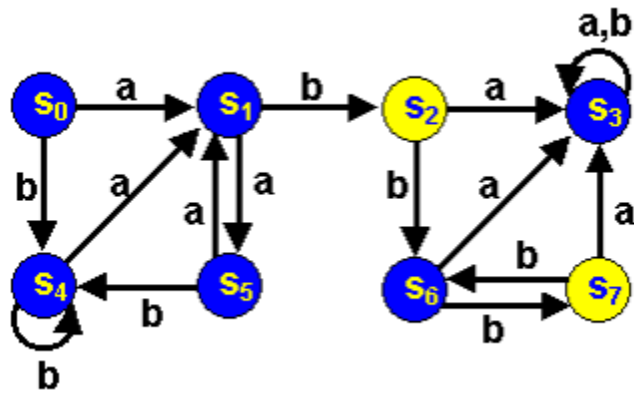
4. Dany jest automat rozpoznający język L . Sprawdź (algorytmicznie), czy L rozpoznaje jakieś słowo parzystej długości.

5. Wykaż za pomocą twierdzenia Myhill-Nerodego, że język $\{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$ nie jest regularny.

6. (z wykładu) Wykaż, że jeśli $u, v \in \Sigma^*$, $c \in \Sigma$ oraz $u \sim_L v$, to $uc \sim_L vc$.

7. Ile stanów ma minimalny automat deterministyczny rozpoznający język tych słów nad $\{0, 1\}$, których piątą od końca cyfrą jest 1?

8. Zminimalizuj następujący automat (s_0 to stan początkowy, żółte wierzchołki są akceptujące):



Źródło: <https://bit.ly/2wgIZfk>