

Imię i nazwisko:

Nr indeksu:

1	2	3	4	5	6	7	8	SUMA

Zadania ($8 \cdot 3 = 24$ punkty)

Za każde zadanie można otrzymać 3 punkty. Wszystkie odpowiedzi proszę starannie uzasadniać! Odpowiedzi liczbowe prosimy podawać w postaci ułamka nieskracalnego, na przykład $\frac{2}{3}$, a nie $\frac{24}{36}$.

Powodzenia!!!

Zadanie 1. W pudełku znajduje się 9 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 9. Losujemy trzy kule ze zwracaniem, a numery wylosowanych kul stworzą nam liczbę trzycyfrową. Obliczyć prawdopodobieństwo, że uzyskana w ten sposób liczba dzieli się

- (a) (1 punkt) 2,
- (b) (2 punkty) 2 lub 3.

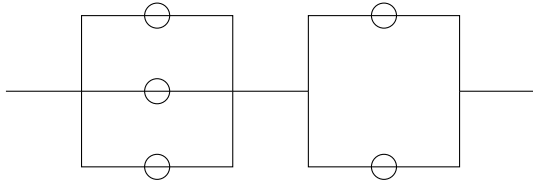
Zadanie 2. Używając spółgłosek 7 (b,c,d,f,g,h,s) i 5 samogłosek (a,e,i,o,u). Ile można utworzyć słów 7-literowych, z których każde zawiera 4 spółgłoski i 3 samogłoski? Przykład: możemy ułożyć słowo aaubdgf i słowo bifidus.

Zadanie 3. Agata targuje się ze sprzedawcą na bazarze. Sprzedawca wyznaczył cenę towaru na losową wartość w przedziale 10 - 50 zł, w tajemnicy przed Agatą. Sprzeda towar wtedy, kiedy cena zaproponowana przez Agatę będzie o co najwyżej 5 zł niższa, niż jego wyznaczona cena. Agata losuje swoją propozycję z przedziału 5 - 25 zł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że uda im się dobić targu?

Zadanie 4. Dwóch tenisistów (słabszy i silniejszy) rozgrywają między sobą turniej ping-ponga. Grają do momentu gdy słabszy z zawodników nie wygra pojedynku. Pojedynek gra się do 3 wygranych setów, prawdopodobieństwo wygrania pojedynczego seta przez gracza słabszego wynosi $\frac{1}{3}$. Oblicz

- (a) prawdopodobieństwo, że pierwszy pojedynek zakończy się zwycięstwem 3:2 słabszego zawodnika,
- (b) wartość oczekiwaną liczby rozegranych pojedynków.

Zadanie 5. Oblicz prawdopodobieństwo przekazania sygnału przez układ pokazany na rysunku, składający się z pięciu przekaźników działających niezależnie od siebie, jeśli prawdopodobieństwa przekazania sygnału przez każdy z przekaźników wynosi p , $0 < p < 1$.



Zadanie 6. Częstka (rodzic) może się podzielić na 0, 1 lub dwie częstki (dzieci) z prawdopodobieństwami równymi $1/4, 1/2, 1/4$, odpowiednio. Po podziale, częstka rodzic znika. Niech X_i , $i = 0, 1, 2, \dots$ oznacza liczbę częstek i -tej generacji, $X_0 = 1$. Oblicz

- (a) $P(X_2 > 0)$,
- (b) prawdopodobieństwo, że $X_1 = 2$, jeśli wiadomo, że $X_2 = 1$.

Zadanie 7. W teście wielokrotnego wyboru są dwa zadania. W pierwszym student ma 3 odpowiedzi do wyboru, w drugim - pięć. Student, w każdym z zadań w sposób losowy zakreśla po jednej odpowiedzi. Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję liczby prawidłowo rozwiązanych problemów.

Zadanie 8. $2n$ zawodników, z czego n w koszulkach niebieskich i n w czerwonych, stanęło na przeciwko siebie w sposób całkowicie losowy. Znajdź wartość oczekiwaną zmiennej losowej $X = \{ \text{liczba osób mających na przeciwko siebie osobę o tym samym kolorze koszulki} \}$. Dla $n = 2$ proszę podać rozkład zmiennej losowej X .

Uwaga. Wartość oczekiwana zmiennej o rozkładzie geometrycznym z parametrem p (prawdopodobieństwem sukcesu w pojedynczej próbie) wynosi $1/p$.