

Imię i nazwisko:

Nr indeksu:

Za każde zadanie można otrzymać 3 punkty. Wszystkie odpowiedzi proszę starannie uzasadniać!
Powodzenia!!!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	SUMA

Zadanie 1. Rzucamy kostką 3 razy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że iloczyn otrzymanych liczb będzie liczbą parzystą?

Zadanie 2. Które z poniższych zdań jest prawdziwe w dowolnej przestrzeni probabilistycznej $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. (Punkty można otrzymać tylko w przypadku trzech poprawnych odpowiedzi.)

- (a) Jeśli $P(A|B) = P(B|A)$, to $P(A) = P(B)$.
- (b) Jeśli $P(A) = P(B)$, to $P(A|B) = P(B|A)$.
- (c) Jeśli $A \cup B = \Omega$, to $P(A) + P(B) = 1$.

Zadanie 3. Niech a_n będzie liczbą ciągów $(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n)$ takich, że $\epsilon_i \in \{0, 1\}$ oraz dla dowolnego $1 \leq i \leq n-1$ mamy $\epsilon_i \epsilon_{i+1} \neq 1$, dla $i = 1, 2, \dots, n-1$. Innymi słowy, w ciągu zero-jedynkowym $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ jedynki nie mogą stać obok siebie. Obliczyć a_{11} .

Zadanie 4. Rzucamy kostką 3 razy. Definiujemy zdarzenia: $A_i = \{\text{wypadło w sumie } i \text{ oczek}\}$, dla $i = 3, 4, \dots, 18$ oraz zdarzenie $B = \{\text{w każdym rzucie wypadła inna liczba oczek}\}$. Zaproponować przestrzeń Ω wyników tego doświadczenia. Obliczyć $P(A_{12} \cap B)$ oraz wykazać, że $P(A_{12}) = P(A_9)$.

Zadanie 5. Z talii 24 kart (od dziewiątek) wyciągamy 4. Jakie są szanse, że otrzymamy dokładnie dwa króle i co najmniej jedną kartę koloru czerwonego?

- Zadanie 6. W grze komputerowej odcinki długości 1 opadają w sposób losowy na odcinek długości 3 (W efekcie odcinek długości 1 w całości leży na odcinku długości 3.) Zaproponować model tego doświadczenia i obliczyć prawdopodobieństwo, że dwa kolejne odcinki długości 1, po opadnięciu, będą rozłączne.
- Zadanie 7. Losujemy 13 kart z talii 52 kart. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród otrzymanych kart będzie dokładnie sześć kart tego samego koloru (pik, kier, karo, trefl)? (Nie wykluczamy układu 6-6-1-0.)
- Zadanie 8. Na ile różnych sposobów można rozdać 8 jednakowych baloników, 4 jednakowych samochodzików i 3 różne książki trójce dzieci tak, by każde z dzieci otrzymało przynajmniej jeden balonik, przynajmniej jeden samochodzik i co najmniej jedną książkę.
- Zadanie 9. Rzucamy kostką sześcienną, a następnie tyle razy monetą, ile wyrzuciliśmy oczek na kostce. Oblicz prawdopodobieństwo, że nie wyrzucimy reszki.
- Zadanie 10. Rzucamy kostką sześcienną, a następnie tyle razy monetą, ile wyrzuciliśmy oczek na kostce. Okazało się, że nie wyrzuciliśmy reszki. Jakie są szanse, że na kostce nie wypadła szóstka?