

Kolokwium z WdM I, drugi termin

Czas trwania kolokwium to 90 min. Wszystkie zadania są jednakowo punktowane. Każdą odpowiedź należy uzasadnić, wszystkie obliczenia najlepiej jest zapisywać. Bez uzasadnienia można powoływać się na fakty, wzory, twierdzenia etc. podawane na ćwiczeniach lub wykładzie. Nie można korzystać z notatek, telefonów komórkowych, kalkulatorów. Przy ocenie zadania będzie brany pod uwagę każdy element rozumowania, dlatego oddawanie nawet niedokończonych rozwiązań (czy chociażby szkiców rozwiązań) zdecydowanie ma sens.

Zadanie 1. Mamy dwie monety: sprawiedliwą (prawdopodobieństwo wyrzucenia orła wynosi $\frac{1}{2}$) oraz niesprawiedliwą, na której prawdopodobieństwo wyrzucenia orła wynosi $\frac{2}{3}$. Wylosowaliśmy monetę i okazało się, że na 5 rzutów otrzymaliśmy 4 orły. Jakie jest prawdopodobieństwo, że moneta jest oszukana?

Zadanie 2. Rzucamy sprawiedliwą kostką dopóki nie wyrzucimy 6. Jakie jest prawdopodobieństwo, że skończymy rzucać przy próbie o numerze podzielnym przez 3?

Zadanie 3. Z kwadratu $[0, 1] \times [0, 1] = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ losujemy punkt (x, y) . Jakie jest prawdopodobieństwo, że współrzędna y jest większa niż $\frac{1}{2}$, jeśli wiadomo, że $y \geq x$?

Zadanie 4. Rzucamy 1000 razy dwiema kostkami. Niech X oznacza liczbę rzutów w których minimum z liczby oczek wyrzuconych na jednej i drugiej kości jest mniejsze lub równe niż 4 (uwzględniamy sytuację, w której na obydwu kościach wypadło to samo - wtedy minimum to ten wynik). Znajdź rozkład X .

Zadanie 5. Rozdajemy 52 karty czterem graczom A, B, C, D . Jaka jest wartość oczekiwana liczby rozdań, w których A dostał jakiegoś pika, przy 100 rozdaniach?