

Ćwiczenia nr 3
Kognitywistyka: Wstęp do matematyki
Elementy kombinatoryki, 16.10.2017

- Zadanie 1. Uzupełnić zadania z ćwiczeń nr 2.
- Zadanie 2. Ile jest funkcji *różnowartościowych* $f : \{0, 1\} \rightarrow \{0, 2, 4\}$?
- Zadanie 3. Ile jest funkcji *na* $f : \{0, 1, 2\} \rightarrow \{0, 2\}$?
- Zadanie 4. Napisać wzór na funkcję *odwrotną* do funkcji f lub uzasadnić, że funkcja f nie ma funkcji odwrotnej, jeśli
- (a) $f : \{0, 1, 2\} \rightarrow \{2, 4, 6\}$, $f(0) = 6$, $f(1) = 4$, $f(2) = 2$;
 - (b) $f(n) = \text{reszta z dzielenia } 2n \text{ przez } 3$, $n = 3, 7, 11$;
 - (c) $f(n) = \text{reszta z dzielenia } 2^n \text{ przez } 13$, $n = 0, 1, 2, \dots, 11$;
 - (d) $y = 3x - 1$, $x \in \mathbb{R}$;
 - (e) $f : x \mapsto x^2$, $x \in [-1, 0)$.
- Zadanie 5. Test egzaminacyjny składa się z 12 zadań. Przy każdym z nich należy napisać T , jeśli zdanie jest prawdziwe, lub N , jeśli zdanie jest fałszywe. Na ile sposobów może ten test wypełnić student, który zdecydował się zakreślać odpowiedzi losowo?
- Zadanie 6. Grupa składa się z 15 małżeństw. Na ile sposobów można spośród nich wybrać czteroosobową delegację, jeśli w skład delegacji nie może wchodzić żadne małżeństwo?
- Zadanie 7. Na ile sposobów można podzielić 7 osób na dwie grupy co najmniej dwu-osobowe?
- Zadanie 8. Ile jest różnych rozdań brydżowych?
- Zadanie 9. Na ile różnych sposobów można posadzić Adama, Basię, Czarkę i Daszę przy okrągłym stole? A jeśli chcemy by Adam i Czarek nie siedzieli obok siebie? Uwaga, dwa sposoby usadzenia uważamy za takie same, jeśli w obu sposobach każda z osób ma tych samych sąsiadów zarówno po lewej, jak i prawej stronie.
- Zadanie 10. Na ile różnych sposobów można posadzić n osób przy okrągłym stole?
- Zadanie 11. Ile jest liczb 99-cyfrowych, w których cyfra 9 występuje 11 razy, a 0 nie występuje ani razu.
- Zadanie 12. Na ile sposobów można ustawić k wież na szachownicy 8×8 , by żadne dwie nie były się.
- Zadanie 13. W lodziarni jest 7 gatunków lodów. Ile różnych deserów może z tego sporządzić ekspedientka, jeśli w pucharku mieści się nie więcej niż 5 kulek lodów, a pusty pucharek nie jest deserem?
- Zadanie 14. Na ile sposobów można pomalować ściany sześcianu sześcioma kolorami? (Dwa sposoby uważamy równoważne, jeśli dadzą się otrzymać jeden z drugiego przez obrót sześcianu.)
- Zadanie 15. Wykazać, że $\binom{2n}{n} = \binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \dots + \binom{n}{n-1}^2 + \binom{n}{n}^2$.