

Ćwiczenia nr 2
Kognitywistyka: Wstęp do matematyki
Elementy teorii zbiorów, 9.10.2017

- Zadanie 1. Uzupełnić zadania z ćwiczeń nr 1. Między innymi, dowód nierówności *średnia arytmetyczna* $\geq$ *średnia geometryczna*.
- Zadanie 2. O zbiorach A, B, X wiadomo, że $A \subset X$ i $B \subset X$. Które z poniższych zdań jest prawdziwe. Odpowiedź proszę dokładnie uzasadnić.
- (a) $(A \cup B) \setminus B = A$,
 - (b) $A \cup B \cup A = B \cup A \cup B$,
 - (c) Jeśli $A \subset B$, to $A \cup B = B$,
 - (d) $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$, gdzie dla przez Z^c rozumiemy zbiór $X \setminus Z$.
- Zadanie 3. Różnicą symetryczną zbiorów A i B nazywamy zbiór złożony z elementów, które należą do dokładnie jednego ze zbiorów A, B . Różnicę symetryczną zbiorów A i B oznaczamy będziemy przez $A \div B$. Udowodnić, że
- (a) $A \div B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
 - (b) $A \div (B \div C) = (A \div B) \div C$,
- Zadanie 4. Niech A, B, C będą zbiorami skończonymi. Uzasadnić, że
- $$\#(A \cup B \cup C) = \#A + \#B + \#C - (\#A \cap B + \#B \cap C + \#C \cap A) + \#(A \cap B \cap C).$$
- Zadanie 5. Znaleźć wzór na liczbę elementów zbioru $A \div B \div C$.
- Zadanie 6. Czy
- (a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$,
 - (b) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$,
 - (c) $(A \times B) \div (C \times D) = (A \div C) \times (B \div D)$.
- Zadanie 7. Wypisać wszystkie dwu- i trzy-elementowe podzbiory zbioru $\{1, 3, 5, 7, 9\}$. Których podzbiorów jest więcej?
- Zadanie 8. Wypisać wszystkie permutacje σ zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ takie, że $|\sigma(i) - \sigma(i+1)| \geq 2$ dla $i = 1, 2, 3, 4$.