

## 13 Praca domowa dla chętnych

**Zasady rozwiązywania.** Rozwiązania zadań należy oddać na piśmie podczas zajęć **13 czerwca**. Praca domowa jest nieobowiązkowa – stanowi jeszcze jeden sposób dla chętnych, by uzupełnić punkty za pracę na ćwiczeniach.

**Zadanie 13.1.** Obliczyć całkę

$$\int_D (x^2 + y)dx + (x - y)dy,$$

gdzie  $D$  to łuk paraboli  $x = y^2$  zorientowany od punktu  $(1, 1)$  do  $(1, -1)$ .

**Zadanie 13.2.** O formie  $\omega \in \Omega^1(\mathbb{R}^2 \setminus \{0\})$  wiadomo, że  $d\omega = 0$  oraz  $\int_{\mathbb{S}^1} \omega = 0$ . Wykazać, że  $\omega$  jest dokładna, czyli  $\omega = df$  dla pewnej funkcji  $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ .

*Wskazówka.* Wykazać, że istnieją takie funkcje  $f_+, f_-$  na mniejszych obszarach

$$A_{\pm} = \mathbb{R}^2 \setminus \{x = 0, \pm y > 0\}.$$

Jak je połączyć w jedną funkcję?