

AM I.2

VIII seria zadań:

liczenie całek nieoznaczonych

do oddania na początku ćwiczeń 14 maja

1 (Całki oznaczone literami należy oddać w pisemnej pracy domowej – każda warta jest $\frac{1}{3}$ punktu, łącznie 4 punkty). Obliczyć całki nieoznaczone:

$$\begin{aligned} & \text{(a)} \int \frac{e^{2x} - e^x}{e^x + e^{-x}} dx, \quad \int \sqrt{1-x^2} dx, \quad \int \frac{1}{\cos x} dx, \\ & \text{(b)} \int x^a \ln x dx \text{ (dla } a \neq 0), \quad \int x^a (\ln x)^n dx \text{ (dla } a \neq 0), \\ & \text{(c)} \int \sqrt{1+\sin x} \cos x dx, \quad \int e^{\sqrt[3]{x}} dx, \quad \int \frac{1}{x^2} \operatorname{tg} \frac{1}{x} dx, \quad \text{(d)} \int \cos(\ln x) dx, \\ & \text{(e)} \int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+x}} dx, \quad \int \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} dx, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}, \quad \int \frac{\sqrt[6]{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx, \\ & \text{(f)} \int \frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} dx, \quad \int \frac{x^2-x+4}{(x^2-1)(x+2)} dx, \quad \int \frac{1}{x\sqrt{x+4}} dx, \quad \int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}, \\ & \text{(g)} \int \frac{dx}{1+x^6}, \quad \int \frac{\sin^3 x}{1+\cos^2 x} dx, \quad \text{(h)} \int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x}, \quad \text{(i)} \int e^{-x} x^n dx, \\ & \text{(j)} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}, \quad \int \sin(nx) \sin(mx) dx, \quad \int \frac{\arcsin x}{x^3} dx, \\ & \text{(k)} \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2+a^2)^3}}, \quad \text{(l)} \int \frac{\sqrt{x+1}+2}{(x+1)^2-\sqrt{x+1}} dx. \end{aligned}$$

2 (Całki oznaczone literami należy oddać w pisemnej pracy domowej – każda warta jest $\frac{1}{2}$ punktu, łącznie 1 punkt). Wyznaczyć równanie rekurencyjne na $(I_n)_{n=0}^{\infty}$ (wraz z warunkiem początkowym), gdzie I_n jest następującą całką nieoznaczoną:

$$\begin{aligned} & \int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx, \quad \int \sin^{-n} x dx, \quad \text{(a)} \int \operatorname{ctg}^n x dx, \\ & \text{(b)} \int \frac{x^n}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad \int \frac{1}{x(1-x^2)^n} dx. \end{aligned}$$

Uwaga: Proszę nie oddawać w pisemnej pracy domowej całek, które nie są opatrzone literami. Nie mniej jednak każdy powinien umieć policzyć wszystkie powyższe całki, również te, za które nie ma punktów.