1. $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ $t \in \mathbb{R}$ 1pkt

A.KAIM

$\phi((x_1, x_2)) = (x_1 - 2x_2, -2x_1 + 4x_2, 3x_1 + tx_2)$

ϕ^* nie EPIMORFIZM $\Leftrightarrow$ ϕ NIE MONOMORF. $\Leftrightarrow$ $\dim \operatorname{Ker} \phi > 0$

$\dim \operatorname{Ker} \phi = \dim \mathbb{R}^2 - \dim \operatorname{Im} \phi = 2 - \dim \operatorname{Im} \phi$ $\Leftrightarrow$ $\dim \operatorname{Im} \phi < 2$

(wart. ϕ w bazie st. $\mathbb{R}^2$)

$\phi((1,0)) = (1, -2, 3)$

$\phi((0,1)) = (-2, 4, t)$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 4 & t \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ +2w_1 \end{matrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & t+6 \end{bmatrix} \overset{-6 \neq t}{\Rightarrow} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^*$$

Dla $t = -6$ $\dim \operatorname{Im} \phi = 1 < 2 \Leftrightarrow \dim \operatorname{Ker} \phi > 1$.

$\boxed{\forall_{f \in \operatorname{im} \phi^*} \ f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \alpha \in \ker \varphi}$ V

$\ker \varphi = \operatorname{lin}((2,1))$ V

$\alpha \in \ker \varphi \Leftrightarrow \alpha = (2x, x)$

$f(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2$ V