(ii) Twierdzenie powyższe nie jest prawdziwe bez założeń $\dim V < \infty$

Niech $V = \mathbb{R}^\infty$ - tzn przestrzeń nieskończonych ciągów nad $\mathbb{R}$

$x \in V \quad : \quad x = (x_1, x_2, \ldots)$

$V_1 = \mathrm{Lin}\{(0,1,0,0,\ldots); (0,0,1,0,\ldots), \ldots\} = \{x \mid x = (0, x_2, x_3, \ldots) \; x \in V \wedge \forall_i \; x_i \in \mathbb{R}\}$

$V_2 = \mathrm{Lin}\{(0,1,0,0,\ldots); (0,0,0,1,0,0,\ldots), \ldots\} = \{x \mid x = (x_1, x_2, \ldots) \; \forall_i : i \equiv 0 \pmod 2 \; x_i = 0$
$\wedge \; \forall_i : i \not\equiv 0 \pmod 2 \; x_i \in \mathbb{R}\}$

$\dim V_1 = \dim V_2 = \infty$

Niech $\phi : V_1 \to$ będzie przekształceniem przeprowadzającym bazę V_1 na bazę tak że:

baza $V_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots\}$ baza $V_2 = \{B_1, B_2, \ldots\}$

to $\phi(\alpha_i) = B_i$.

ϕ jest izomorfizmem.

Wtedy $W_1 : \quad V_1 \oplus W_1 = V$ to przestrzeń liniowa : $W_1 = \mathrm{Lin}\{(1,0,0,\ldots)\}$ $\dim W_1 = 1$

Natomiast podprzestrzeń W_2: $V_1 \oplus W_2 = V$ to przestrzeń o $\dim W_2 = \infty$ gdyż

$W_2 = \{x \mid x = (x_1, x_2, \ldots) \; \forall i \equiv 0 \pmod 2 \; x_i \in \mathbb{R} \; \forall j \equiv 1 \pmod 2 \; x_j = 0\}$

Zatem nie ~~może~~ istnieje izomorfizm $\psi : V \to V$ bowiem ~~~~

nie istnieje izomorfizm $\psi' : W_1 \to W_2$ gdyż $\dim W_1 \neq \dim W_2$