

~~Wskazywanie~~  $\text{Icd}|\sqrt{6} = 6d^2 - 2b^2 - 3c^2 \in \mathbb{Q}$

Zatem  $\text{Icd} = 0 \wedge 6d^2 - 2b^2 - 3c^2 = 0$  ~~gdzie  $\text{Icd}|\sqrt{6}$  nie jest~~

Niech  $c=0$  { przypadek  $d=0$  jest analogiczny }

Zatem otrzymujemy  $6d^2 - 2b^2 = 0$

$3d^2 - b^2 = 0$

$3d^2 = b^2$

$\sqrt{3}|d| = |b|$  sprzeczność  $\Rightarrow b=d=0$

Zatem  $a=b=c=d=0$  czyli  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$  są niezaliniowo

ii)  $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} \cdot \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} + 0\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{6}$

W bazie współrzędne to  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2})$

PUNKTACJA

~~0,25 pkt~~ 0,25 pkt - przedłożenie  $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$

0,25 pkt - baza  $\wedge \dim \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$

0,25 pkt - pokazanie że  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$  są niezaliniowo

0,25 pkt - podpunkt ii)