

SIV.22

$$v_1 = (1, 4, 2, 1)$$

$$v_2 = (2, 9, 3, 3)$$

$$v_3 = (1, 5, 0, 2)$$

$$v_4 = (1, 2, 5, -1)$$

1pkt

A. KAIM

i) v_1, v_2, v_3

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 9 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 0 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow[-W_1]{-2W_1} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow[-W_3]{-W_2} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{+2W_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-4W_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2W_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ukt. liniowo niezależny. +

ii) $v_4 = (1, 2, 5, -1)$

$$w_1 = (1, 0, 0, -3)$$

$$w_2 = (0, 0, 1, 0)$$

$$w_3 = (0, 1, 0, 1)$$

$$w_1 + 2w_3 + 5w_2 = v_4$$

TAK, v_4 jest kombinacją liniową v_1, v_2 i v_3 .

iii) v_1, v_2, v_4

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 9 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[-2W_1]{-W_3} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2W_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[-2W_2]{-W_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 7 & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow[-7W_1]{-7W_2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -13 \end{bmatrix} \Rightarrow w = (0, 0, 0, 1)$$

iv) $v_3 = (1, 5, 0, 2)$

$$w_1 = (0, 0, 1, 2)$$

$$w_2 = (0, 1, 0, 1)$$

$$w_3 = (1, 0, 0, -3)$$

$$w_3 + 5w_2 + 0w_1 + a \cdot w = (1, 5, 0, -3 + 5 \cdot 1 + a)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3 + 5 \cdot 1 + a = 2 \\ 2 + a = 2 \\ a = 0 \\ -3 + 5 \cdot 1 + a = 2 \\ 1 + a = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$

$-3 + 5 \cdot 1 + a = 2$
 $2 + a = 2$
 $a = 0$
 $-3 + 5 \cdot 1 + a = 2$
 $1 + a = 2$
 $a = 1$