Zadanie 3

i) T: $x^2+x+1=0$ w ciele $\mathbb{Z}_2$

$x(x+1)+1=0$

$x(x+1)\equiv 0 \pmod 2$ gdyż jest to iloczyn dwóch kolejnych liczb.

$x(x+1)+1\equiv 1 \pmod 2$ co jest sprzeczne z tezą.

ii) $-2y^2+x^2+x+5=0$

Rozpatrzę to równanie w ciele $\mathbb{Z}_2$

$-2y^2\equiv 0 \pmod 2$

$x^2+x+5\equiv x^2+x+1\equiv 1 \pmod 2$ z zadania i)

Zatem $-2y^2+x^2+x+5\equiv 0+1\equiv 1\not\equiv 0 \pmod 2$

PUNKTACJA : 0,5 pkt i) 0 pkt ~~za~~ ~~użycie~~ brak dowodu lub
0,5 pkt ii) rozwiązanie zadania w $\mathbb{R}$ lub $\mathbb{C}$

Zadanie 4

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 5 & 3 \\ 3 & 6 & 8 & 2 \\ -5 & -10 & -14 & 0 \\ 4 & 8 & 11 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ -w_1 \\ +w_1+w_2 \\ -2w_1 \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array}\right] \begin{array}{l} -2w_1 \\ \\ +w_4 \\ \\ \end{array} \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array}\right] \begin{array}{l} +w_3 \\ -3w_3 \\ \\ \end{array} \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & 1 & -5 \end{array}\right]$$

$$\begin{cases} x+2y=14 \\ z=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ z=-5 \end{cases}$$

Rozwiązanie: $(x,y,z)=(14-2y,\ y,\ -5)\quad y\in\mathbb{R}$

PUNKTACJA : 1 pkt za poprawne rozwiązanie

-0,5 pkt za błędy rachunkowe (małe)

0 pkt za poważne błędy rachunkowe (nieumiejętności schodkowania macierzy)