

Rachunek prawdopodobieństwa II  
semestr zimowy 2023/2024  
zadania na ćwiczenia, 26 X 2023

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Wyznaczyć funkcje charakterystyczne rozkładów

- (a) dyskretnych: dwupunktowego, geometrycznego, dwumianowego, Poissona
- (b) ciągłych: normalnego, jednostajnego, wykładniczego

**Zadanie 2.** Rozstrzygnąć, które z następujących funkcji są funkcjami charakterystycznymi:  
 $\cos t$ ,  $2 \cos t$ ,  $\frac{1+\cos t}{2}$ ,  $\cos^2 t$ ,  $\frac{(1+e^{it})^2}{4}$ ,  $\frac{1}{2-e^{it}}$ .

**Zadanie 3.** Wykazać, że kombinacja wypukła funkcji charakterystycznych jest funkcją charakterystyczną.

**Zadanie 4.** Wykazać, że jeśli funkcja charakterystyczna zmiennej losowej  $X$  jest dwukrotnie różniczkowalna w zerze, to  $\mathbb{E}X^2 < \infty$ .

**Zadanie 5.** Załóżmy, że zmienne  $X_1, X_2, \dots$  są niezależne i mają tę samą funkcję charakterystyczną  $\varphi$ , a  $N$  jest niezależną od nich zmienną o rozkładzie Poissona z parametrem  $\lambda$ . Wyznaczyć w terminach  $\varphi$  i  $\lambda$  funkcję charakterystyczną losowej sumy  $X_1 + \dots + X_N$ .