

Rachunek prawdopodobieństwa II
semestr zimowy 2023/2024
zadania na ćwiczenia, 19 X 2023

Michał Kotowski

Zadanie 1. Załóżmy, że X_1, X_2, \dots są zmiennymi niezależnymi o rozkładzie jednostajnym na $[0, 1]$. Zbadać zbieżność według rozkładu ciągów $Y_n = \max\{X_1, \dots, X_n\}$ oraz $Z_n = n \min\{X_1, \dots, X_n\}$.

Zadanie 2. Wykazać, że ciąg zmiennych losowych $(X_n)_{n \geq 1}$ jest ciasny wtedy i tylko wtedy, gdy dla dowolnego ciągu $(a_n)_{n \geq 1}$ zbieżnego do 0 ciąg $(a_n X_n)_{n \geq 1}$ zbiega do 0 według prawdopodobieństwa.

Zadanie 3. Określić, jaki warunek musi spełniać zbiór $A \subseteq \mathbb{R}$, aby ciasna była rodzina rozkładów:

- (a) wykładniczych $\{\text{Exp}(\lambda) : \lambda \in A\}$, $A \subseteq (0, \infty)$,
- (b) jednostajnych $\{\mathcal{U}([a, b]) : a, b \in A, a < b\}$.