

Funkcje analityczne
semestr zimowy 2024/2025
zadania domowe, seria 3.

Michał Kotowski

Zadania należy rozwiązać i być gotowym do zreferowania rozwiązań na ćwiczeniach w czwartek **21 XI 2024**.

Zadanie 1. Niech $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$. Znaleźć ogólną postać wszystkich homografii h spełniających $h(D) = D$.

Zadanie 2. Przekształcić w sposób różnowartościowy i konforemny zbiór $A = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, |z - c| > c\}$, gdzie $c \in (0, \frac{1}{2})$, na pierścień postaci $B = \{z \in \mathbb{C} : r < |z| < 1\}$ dla pewnego $r \in (0, 1)$. *Wskazówka:* skorzystać z poprzedniego zadania.

Zadanie 3. Załóżmy, że $v(x, y) = e^x \sin y + 2y$. Znaleźć taką funkcję holomorficzną $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, że $\text{Im} f = v$ oraz $f(0) = 5$.

Zadanie 4. Niech $A = \{z \in \mathbb{C} : |z| > 1\}$. Czy istnieje funkcja holomorficzna $f : A \rightarrow \mathbb{C}$ spełniająca $f(z)^2 = \frac{-z+1}{z+1}$?