

Funkcje analityczne  
semestr zimowy 2024/2025  
zadania na ćwiczenia, tydzień 8.

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Obliczyć całki po drogach:

(a)  $\int_{\gamma} \bar{z} dz$ , gdzie  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$

(b)  $\int_{\gamma} z dz$ , gdzie  $\gamma(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 2\pi]$

**Zadanie 2.** Obliczyć całkę z funkcji  $f(z) = \frac{1}{z}$  po zorientowanym dodatnio konturze  $\Gamma$ , gdzie

(a)  $\Gamma$  jest okręgiem jednostkowym o środku w 0

(b)  $\Gamma$  jest brzegiem czworokąta o wierzchołkach w punktach  $-a - ia, a - ia, a + ia, -a + ia$ ,  
 $a > 0$

**Zadanie 3.** Niech  $[a, b]$  będzie odcinkiem łączącym punkty  $a, b \in \mathbb{C}$ . Wykazać, że równość

$$\overline{\int_{[a,b]} f(z) dz} = \int_{[a,b]} \overline{f(z)} dz$$

jest spełniona dla wszystkich funkcji ciągłych  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$  wtedy i tylko wtedy, gdy  $b - a \in \mathbb{R}$ .