

Funkcje analityczne  
semestr zimowy 2024/2025  
zadania na ćwiczenia, tydzień 7.

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Wyznaczyć obraz prostokąta  $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z \in (0, \frac{\pi}{2}), \operatorname{Im} z \in (0, a)\}$  przy odwzorowaniu  $z \mapsto \sin z$ . Czy odwzorowanie to jest konforemne?

**Zadanie 2.** Przekształcić w sposób różnowartościowy i konforemny wycinek  $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Arg} z \in (\alpha, \beta)\}$ , gdzie  $\beta - \alpha \in (0, 2\pi)$ , na górną półpłaszczyznę  $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z > 0\}$ .

**Zadanie 3.** Rozważmy wielomian  $p(z) = c \prod_{i=1}^n (z - z_i)$ .

(a) Wykazać, że jeśli dla danego  $w \in \mathbb{C}$  mamy  $p(w) \neq 0$ , to  $\frac{p'(w)}{p(w)} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{w - z_i}$ .

(b) Wywnioskować, że każdy pierwiastek wielomianu  $p'(z)$  należy do otoczki wypukłej zbioru pierwiastków wielomianu  $p(z)$ .