

Funkcje analityczne  
semestr zimowy 2024/2025  
zadania na ćwiczenia, tydzień 6.

Michał Kotowski

**Zadanie 1.** Oznaczmy przez  $\text{Log} : \mathbb{C} \setminus (-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{C}$  gałąź główną logarytmu. Przyjmujemy dla dowolnych  $z, w \in \mathbb{C}$   $z^w = e^{w \text{Log} z}$ . Obliczyć:

(a)  $\text{Log}(1 + i)$

(b)  $i^i$

(c)  $(1 - i)^{3i}$

(d)  $(i^4)^i - i^{4i}$

**Zadanie 2.** Dla dowolnego  $r \in \mathbb{R}$  obliczyć granicę

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} (\text{Log}(r + it) - \text{Log}(r - it)).$$

**Zadanie 3.** Przekształcić w sposób różnowartościowy i konforemny ćwiartkę koła  $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, \text{Re } z > 0, \text{Im } z > 0\}$  na górną półpłaszczyznę  $\{z \in \mathbb{C} : \text{Im } z > 0\}$ .